J. Dietel, J.Fuchs FH Aachen, Campus Jülich; IT Center, RWTH Aachen

# Präsenzaufgaben 5 06./07.11.2024

Die Lösung der Aufgaben wird am Ende der Übung von Ihnen vorgestellt.

## Vektorrechnung

Schreiben Sie ein Programm, das mit Lambdas Kreuzprodukt, Skalarprodukt und die Determinante einer 2x2-Matrix bestimmt.

1) Schreiben Sie ein Interface `Vektorrechner` mit der Methode:
   `public int[] rechner(int[] a, int[] b);`

2) Schreiben Sie eine Klasse `VektorrechnerTest` mit einer `main`, um das Interface zu testen: Erstellen Sie drei Lambdas und testen Sie diese:

   a) Kreuzprodukt (LA-Skript S.39): Gehen Sie davon aus, dass Sie zwei Vektoren der Form `a = {a1,a2,a3}` erhalten.

   b) Skalarprodukt (LA-Skript S.28): Gehen Sie davon aus, dass Sie zwei Vektoren der Form `a = {a1,a2,a3}` erhalten. Geben Sie ein Array mit nur einem Element zurück.

   c) Determinante einer 2x2-Matrix (LA-Skript S.61): Die Determinante einer 2x2-Matrix $A=\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ wird mit der Formel $det\, A = a_1 b_2 - b_1 a_2$ berechnet. Gehen Sie davon aus, dass Sie mit a und b die zwei Spalten der Matrix erhalten. Also zum Beispiel `a = {a1,a2}`. Geben Sie ein Array mit nur einem Element zurück.

Hinweis: Verwenden Sie `Arrays.toString` für die Ausgabe beim Testen in der `main`.

## Nullstellenbestimmung

Schreiben Sie ein Programm, das mit mehreren Verfahren die Nullstellen von Funktionen bestimmen kann. Das Programm soll dabei leicht sowohl auf neue Funktionen als auch auf neue Verfahren erweiterbar sein.

Kurze Theorie zur Nullstellenbestimmung:

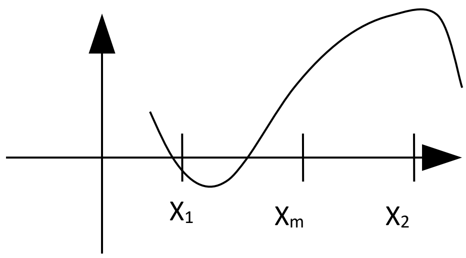
Voraussetzungen der beiden vorgestellten Verfahren zur Bestimmung der Nullstelle einer stetigen Funktion f im offenen Intervall (a,b) sind (laut Zwischenwertsatz):

$$a < b \quad und \quad f(a) * f(b) < 0$$

### *Bisektionsverfahren*

Das Bisektionsverfahren ist das einfachste Verfahren zur näherungsweisen Bestimmung einer Nullstelle einer Funktion. Für die Berechnung setzt man zunächst

$$x_1=a, \quad x_2=b, \quad x_m = \frac{x_1+x_2}{2}$$




Die Iterationsvorschrift lautet dann:

Solange $x_2-x_1>10^{-10}$:

Falls $|f(x_m)|<10^{-10}$: Ausgabe des Ergebnisses $x_m$; Ende

Falls $f(x_1)*f(x_m)<0$: Setze $x_2=x_m$.

Falls $f(x_2)*f(x_m)<0$: Setze $x_1=x_m$.

Setze $x_m = \frac{x_1+x_2}{2}$

Die Nullstelle ergibt sich nach Abschluss des Verfahrens zu $x_m$.

## Aufgabenstellung

1) Schreiben Sie ein Interface `Verfahren` mit der Methode

```java
//Berechnet eine Nullstelle der Funktion f im Intervall [a,b]
public double getNullstelle(Funktion f, double a, double b);
```

2) Schreiben Sie die Klasse `Bisektionsverfahren`, die das Interface `Verfahren` implementiert und die Methode `getNullstelle` überschreibt. In der Methode wird die Nullstelle der Funktion `f` nach dem jeweiligen Verfahren berechnet.

3) `Funktion` ist dabei ebenfalls ein Interface mit der Methode

```java
//Errechnet Funktionswert
public double getY(double x);
```

4) In der Testklasse wird ein Feld (Array) von mehreren Funktionen als Lambdas erzeugt. Es enthält die Funktionen:

   a) $f(x) := e^x - 4$

   b) $f(x) := ln(|x+1|) - sin(2x) - 0.5$

   c) $f(x) := x^2 - sin(x) - 1$

   d) $f(x) := x^4 + x^3 - 5$

5) Von diesen Funktionen wird anschließend eine Nullstelle im Intervall (0,10) auf 10 Stellen genau berechnet. Dabei werden die beiden oben beschriebenen Verfahren (Bisektions- und Sekantenverfahren) benutzt.

Ausgabe (die erste Zeile soll nicht Teil der Ausgabe sein):

```
Für die Funktion:   f(x)  := exp(x)-4 in (0.0,10.0)
  Nullstelle:         1.3862943611093215 (Bisektion)
  Nullstelle:         1.386294361094921 (Sekantenverfahren) (ZusatzAufgabe)
-----------------------------------------------------------------------------
Für die Funktion:   f(x)  := ln|x+1|-sin(2x)-0.5 in (0.0,10.0)
  Nullstelle:         1.3823261359357275 (Bisektion)
  Nullstelle:         1.3823261359274244 (Sekantenverfahren) (ZusatzAufgabe)
-----------------------------------------------------------------------------
Für die Funktion:       f(x)  := x^2-sin(x)-1 in (0.0,10.0)
  Nullstelle:         1.409624004008947 (Bisektion)
  Nullstelle:         1.4096240039725303 (Sekantenverfahren) (ZusatzAufgabe)
-----------------------------------------------------------------------------
Für die Funktion:   f(x)  := x^4+x^3-5 in (0.0,10.0)
  Nullstelle:         1.2961533123598201 (Bisektion)
  Nullstelle:         1.2961533123553197 (Sekantenverfahren) (ZusatzAufgabe)
--------------------------------------------------------------------
```

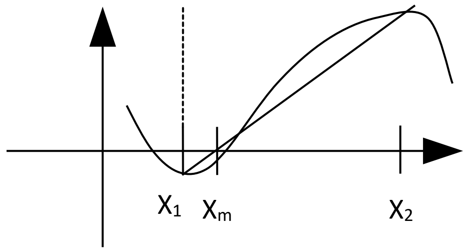
**Zusatzaufgabe:**

Schreiben Sie die Klasse `Sekantenverfahren`, die das Interface `Verfahren` implementiert und die Methode `getNullstelle` überschreibt. In der Methode wird die Nullstelle der Funktion f nach dem jeweiligen Verfahren berechnet.

***Sekantenverfahren***

Grundidee ist eine Sekante, die zwischen je zwei Punkte des Graphen der Funktion gelegt wird. Als neuer (besserer) Startwert für die Iteration wird dann der Schnittpunkt dieser Sekante mit der x-Achse verwendet. Für die Berechnung setzt man zunächst

$$x_1=a,\quad x_2=b,\quad x_m = \frac{x_1 \cdot f(x_2) - x_2 \cdot f(x_1)}{f(x_2) - f(x_1)}$$




Die Iterationsvorschrift lautet dann:

Solange $x_2 - x_1 > 10^{-10}$:

Falls $|f(x_m)| < 10^{-10}$: Ausgabe des Ergebnisses $x_m$; Ende

Falls $f(x_1)*f(x_m)<0$: Setze $x_2=x_m$.

Falls $f(x_2)*f(x_m)<0$: Setze $x_1=x_m$.

Setze $x_m = \frac{x_1 \cdot f(x_2) - x_2 \cdot f(x_1)}{f(x_2) - f(x_1)}$

Die Nullstelle ergibt sich nach Abschluss des Verfahrens zu $x_m$.