

Übungsblatt 1

04.10.2023

Selbstlernaufgaben

Aufgabe 1

Aus drei Legierungen Leg 1 bis Leg 3 mit den im linken Teil der Tabelle angegebenen Zusammensetzungen sollen neue Legierungen (rechter Teil der Tabelle) hergestellt werden. Prüfen Sie, ob dies möglich und sinnvoll ist, und geben Sie gegebenenfalls die Anteile der einzelnen Legierungen 1 - 3 an, die für die Stoffe A bzw. B benötigt werden. Verwenden Sie den Gauß'schen Algorithmus.

Stoff	Leg 1	Leg 2	Leg 3	Stoff	A	B
Zink	20%	0%	10%	Zink	15%	1%
Zinn	0%	20%	10%	Zinn	5%	17%
Kupfer	80%	80%	80%	Kupfer	80%	82%

Aufgabe 2

Typische IHK-Aufgabe. Hannes isst gerne Fast Food. Um sich einigermaßen gesund zu ernähren, sollte er in einer Mahlzeit 110 g Eiweiß, 130 g Kohlenhydrate und 60 g Fett zu sich nehmen. Seine Fast-Food-Kette behauptet, ihre Pommes enthielten 30% Eiweiß, 30% Kohlenhydrate und 40% Fett, ihre Burger 50% Eiweiß, 30% Kohlenhydrate und 20% Fett und ihre Apfeltasche 20% Eiweiß, 70% Kohlenhydrate und 10% Fett. Wieviel Pommes, Burger und Apfeltaschen (jeweils in g) muss Hannes essen, damit er langfristig gesund bleibt?

Aufgabe 3

Für welche $t \in \mathbb{R}$ hat das folgende Gleichungssystem a) keine, b) genau eine oder c) unendlich viele Lösungen? Es ist der Gauß-Algorithmus zu benutzen!

$$\begin{array}{rclcl} x & + & 2y & + & 3z & = & 1 \\ 2x & - & 2y & + & z & = & 1 \\ -x & + & 4y & + & (3t^2 - 1)z & = & (t - 1) \end{array}$$

Aufgabe 4

Geben Sie ein lineares Gleichungssystem mit der folgenden Lösungsmenge an:

$$\left\{ \left(\begin{array}{c} x \\ y \\ z \end{array} \right) \mid \left(\begin{array}{c} x \\ y \\ z \end{array} \right) = \lambda \cdot \left(\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \right), \lambda \in \mathbb{R} \right\}$$

Hausaufgaben

Aufgabe 5

Lösen Sie das folgenden Gleichungssystem, wobei rechts vom senkrechten Strich jeweils verschiedene rechte Seiten

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

stehen:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

Benutzen Sie dabei den erweiterten Gauß-Algorithmus so, dass das Ergebnis folgende Form hat:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & X & X & X \\ 0 & 1 & 0 & X & X & X \\ 0 & 0 & 1 & X & X & X \end{array} \right).$$

Das Symbol X steht hier für einen zu berechnenden Wert.

Aufgabe 6

Typische IHK-Aufgabe. Ein Student schreibt eine LA-Klausur. Es gibt 4 Aufgaben zu je 25 Punkten. Bei 50 Punkten ist die Klausur bestanden. 2 Monate später fragt er den Professor nach seiner Punktzahl. Der sadistische Professor antwortet:

- Ihre Punktzahl bei Aufgabe A ist doppelt so hoch wie bei Aufgabe D .
- Bei Aufgabe B haben Sie einen Punkt mehr erhalten als Sie bei A verloren haben.
- In Aufgabe C haben Sie so viele Punkte erhalten wie in den Aufgaben B und D zusammen.
- Ihre Aufgaben A und C sind so gut, dass Sie aus B und D nur noch 16 Punkte zum Bestehen brauchen.

Hat der Student seine Klausur bestanden?

Aufgabe 7

Bestimmen Sie ein Polynom der Form $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, das durch die Punkte $(-1; 2), (0; 1), (1; 2), (\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$ geht. Nutzen Sie zur Berechnung ein lineares Gleichungssystem.

Aufgabe 8

Bestimmen Sie jeweils die allgemeine Lösung der folgenden linearen Gleichungssysteme:

(a)

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 &= 2 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &= 3 \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 - 7x_4 &= 4 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad & x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ & 2x_1 - x_2 = -3 \\ & 3x_1 + x_2 + x_3 = -3 \\ & 4x_1 - 3x_2 = -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad & x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ & 2x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ & 3x_1 + x_2 + x_3 = a \end{aligned}$$

Berechnen Sie jeweils die Lösung für $a = 4$ und für $a = 5$.