Aufgaben zur Veranstaltung
Lineare Algebra 2, SS 2023

Benno Wienke, Daniel Weinholz, Leo Kerojoki Aachen

Übungsblatt 14 19./20.06.2023

Selbstlernaufgaben

Aufgabe 1

Berechnen Sie alle Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Können Sie für diese Matrix eine Diagonalmatrix D und eine invertierbare Matrix B finden, so dass gilt: $B^{-1}AB = D$?

Aufgabe 2

Geben Sie eine Matrix zu folgendem charakteristischen Polynom an:

$$p(\lambda) = \lambda^3 - 3\lambda^2 - \lambda + 3$$

Aufgabe 3

Berechnen Sie mittels der Diagonalisierung A^8 für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie dazu die Eigenwerte und Eigenvektoren von A.

Aufgabe 4

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -a & b \\ b & 0 & 1 \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{R}$$

(a) Weisen Sie nach, dass

$$-\lambda^3 + \lambda^2(2-a) + \lambda(-1+2a+b) - a + ab$$

das charakteristische Polynom der Matrix A ist und $\lambda_1 = -a$ ein Eigenwert der Matrix ist.

(b) Bestimmen Sie die übrigen Eigenwerte sowie die algebraischen Vielfachheiten aller Eigenwerte in Abhängigkeit von a und b. (Tipp: Klammern Sie geschickt aus!)

(c) Geben Sie für den Fall $b = 0$ die Eigenvektoren und deren geometrische Vielfachheit an.

Hausaufgaben (keine Abgabe notwendig, Aufgabe 5 beachten!!!)

Aufgabe 5

Flipped Classroom: Schauen Sie sich das Video zu Kapitel 7.5 an. Die Aufgaben folgen zu Beginn der nächsten und damit letzten Vorlesung (der Rest ist dann die Probeklausur).

Aufgabe 6

Beweisen oder widerlegen Sie, dass für Orthogonalmatrizen U, B, eine Diagonalmatrix S und $A = USB$ gilt:

U beinhaltet die Eigenvektoren von AA^T und S die Wurzeln der Eigenwerte von AA^T.

Aufgabe 7

(a) Berechnen Sie alle Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

(b) Gibt es einen Fixpunkt (d.h. existiert ein Vektor x mit $Ax = x$)?

(c) Finden Sie eine Diagonalmatrix D und eine Orthogonalmatrix U, so dass gilt: $U^T AU = D$.