

Übungsblatt 11

30.05.2023

Selbstlernaufgaben

Aufgabe 1

Lösen Sie das folgende überbestimmte Gleichungssystem nach der Methode der kleinsten Quadrate.

$$\begin{aligned} -2x + y &= 3 \\ x - 2y &= 4 \\ 2x + 2y &= 2 \end{aligned}$$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Lösung mit der kleinsten Norm des folgenden unterbestimmten Gleichungssystems.

$$x + 2y + 3z = 4$$

Aufgabe 3

Typische IHK-Aufgabe. Eine Messreihe ergibt zu den Zeiten $t = 1, 2, 3, 4, 5$ in Sekunden folgende Temperaturwerte:

t Sekunden	1	2	3	4	5
$y(t)^\circ C$	0,9	5,8	11,4	12,1	12,9

Stellen Sie das (überbestimmte) Gleichungssystem für die unbekannt Parameter a und b auf und bestimmen Sie diese nach der Methode der kleinsten Quadrate, wenn folgende Beziehung zwischen y und t gilt:

$$y(t) = a \cdot t + b \cdot \sin\left(-t \cdot \frac{\pi}{2}\right)$$

Hausaufgaben

Aufgabe 5

Matse Maik plant eine Cafeteria und unterhält sich mit verschiedenen Freunden bzgl. angemessener Preise. Es werden Kuchen und Kaffee verkauft. Er hat in Erinnerung, letztens für zwei Kaffee und ein Stück Kuchen 3 Euro bezahlt zu haben. Zwei Freundinnen erzählen ihm, für einen Kaffee und zwei Stücke Kuchen 3,50, bzw. für zwei Kaffee und drei Stücke Kuchen 4 Euro bezahlt zu haben.

Berechnen Sie Preise, die möglichst wenig von den erfragten Preisen abweichen.

Aufgabe 6

Bestimmen Sie die Lösung mit der kleinsten Norm des folgenden unterbestimmten Gleichungssystems.

$$\begin{aligned}x + 2y + 3z &= 4 \\3x + 2y + z &= 2\end{aligned}$$

Aufgabe 7

Typische IHK-Aufgabe. Mit der Wassertiefe ändert sich der Druck, der auf einen im Wasser befindlichen Körper wirkt. Es wird ein Experiment durchgeführt, um den vermuteten Zusammenhang

$$P = \alpha + \beta \cdot d$$

zwischen Wassertiefe d und Druck P zu überprüfen. Es wurden folgende Messwerte aufgenommen:

Wassertiefe	1	3	5	7	9
Druck	2	4	5,5	8,5	10

- Bestimmen Sie die Parameter α und β nach der Methode der kleinsten Quadrate.
- Ermitteln Sie mit diesen Werten den Druck in einer Tiefe von 15 Metern.

Aufgabe 8

Die Punkte $A(6/0/0)$, $B(2/1/3)$ und $C(-2/-2/2)$ liegen in einer Ebene E .

- Stellen Sie die Hessesche Normalform der Ebene auf. Wie groß ist der Abstand der Ebene zum Ursprung?
- Welcher Punkt in der Ebene hat den kleinsten Abstand zum Ursprung? Stellen Sie dazu das zugehörige unterbestimmte LGS auf und finden Sie die Lösung mit Hilfe der verallgemeinerten Inverse.