

Vorläufige Hausaufgaben zum Übungsblatt 10

Bei den folgenden Aufgaben handelt es sich um voraussichtliche Hausaufgaben zum kommenden Übungsblatt. Diese werden lediglich nach Wunsch vorläufig zur Verfügung gestellt und besitzen keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Die finalen Aufgaben sowie deren Nummerierung entnehmen Sie bitte dem vollständigen Übungsblatt, welches wie gewohnt am Tag der Übung an entsprechender Stelle hochgeladen wird.

Aufgabe 1

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} x + 3y + 3z = -2 \\ x + 2y + 4z = 3 \\ x + y + z = 0 \end{pmatrix}$$

- (a) nach dem Gauß-Verfahren
- (b) nach der Cramerschen Regel und
- (c) durch Invertierung von der Abbildungsmatrix (siehe Hinweis).

Hinweis:

Das Gleichungssystem $Ax = b$ löst man wie folgt nach x auf:

$$\begin{aligned} Ax &= b \\ A^{-1}Ax &= A^{-1}b \\ x &= A^{-1}b. \end{aligned}$$

Aufgabe 2

Gegeben seien die folgenden Vektoren

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ a \end{pmatrix}, a \in \mathbb{R}$$

sowie die zugehörigen LGS

$$(1) (a_1, a_2, a_3)x = b \text{ und } (2) (a_1, a_2, a_3, b)x = 0.$$

- (a) Berechnen Sie $\det(a_1, a_2, a_3, b)$ in Abhängigkeit von a und bestimmen Sie den Wert a^* , für den die Determinante Null wird.
- (b) Bestimmen Sie die Lösbarkeit der LGS (1) und (2) für den Fall $a = a^*$.
- (c) Bestimmen Sie die Lösbarkeit der LGS (1) und (2) für den Fall $a \neq a^*$.
- (d) Für den Fall / die Fälle aus b) und c), dass unendlich viele Lösungen existieren, soll die Lösungsmenge angegeben werden.