

Übungsblatt 10

07.12.2022

Selbstlernaufgaben

Aufgabe 1

Gegeben sei $p(x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 \in P_3$. Berechnen Sie die Koordinaten des Polynoms $p(x)$ bezüglich der Basis $B = \{1, (x-1), (x-1)^2, (x-1)^3\}$.

Aufgabe 2

Sind die Polynome

$$f_1(x) = 2x^2 + 3x - 7$$

$$f_2(x) = -3x^2 + x + 4$$

$$f_3(x) = -6x^2 + 13x - 5$$

linear unabhängig?

Aufgabe 3

$M = \{f, g, h, i\}$ sei eine Menge linear unabhängiger Vektoren aus einem Vektorraum V mit $\dim(V) \geq 4$. Wie muss α gewählt werden, damit $\{f+g, g+h, h+i, i+\alpha \cdot f\}$ linear unabhängig sind?

Aufgabe 4

Geben seien vier Punkte in Abhängigkeit von $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$(1, \alpha - 2); (-1, 2 - \alpha); (-2; 25 - 8\alpha); \left(\frac{1}{2}; \frac{\alpha - 5}{8}\right)$$

Bestimmen Sie in Abhängigkeit von α ein Interpolationspolynom möglichst geringen Grades. Geben Sie den Grad des Polynoms in Abhängigkeit von α an.

Hausaufgaben

Aufgabe 5

Schauen Sie sich folgende Videoausschnitte zu Kapitel 3 des Skriptes, welche Sie im Ilias unter "Vorlesungsvideos → Kapitel 3 - Algebraische Strukturen" finden, an:

- Kap_3.6_Teil2.mp4 ab 17:15 min
- Kap_3.7_Teil1.mp4 komplett

Bearbeiten Sie dazu das Ilias-Quiz für diese Woche!

Aufgabe 6

Bestimmen Sie das orthogonale Komplement L^\perp zu L , der linearen Hülle der gegebenen Vektoren.

$$\left\{ \left(\begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{array} \right) \right\}$$

Welche Dimension besitzt L^\perp ?

Aufgabe 7

Beweisen oder widerlegen Sie:

- Seien zwei endliche Mengen M und N Teilmengen des \mathbb{R}^n . Aus $N \subseteq M$ folgt $L(N) \subseteq L(M)$.
- Für $M \subseteq \mathbb{R}^n$, M endlich, gilt $L(M) = L(L(M))$

Aufgabe 8

Gegeben sei die Basis $B = \{1, x^2, x^4\}$ des Vektorraums V der achsensymmetrischen Polynome maximal 4. Grades.

- Zeigen Sie, dass die Lineare Hülle von B einen Untervektorraum vom Vektorraum P_4 der Polynome vom Grad 4 bildet.
- Untersuchen Sie die folgenden Polynome aus V auf lineare Unabhängigkeit:

$$\begin{aligned} &3x^4 - 7x^2 + 2 \\ &-x^4 + 2x^2 - 1 \\ &4x^4 + 3x^2 + 2 \end{aligned}$$