

Übungsblatt 14

21.06.2022

Selbstlernaufgaben

Aufgabe 1

Welche der im folgenden genannten Abbildungen sind quadratische Formen? Stellen Sie gegebenenfalls die zugehörige (symmetrische) Matrix A auf.

Ist A positiv definit, negativ definit oder indefinit?

(a) $f(x) = x_1^2 - 7x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2x_3$

(b) $f(x) = x_1^2 - 6x_2^2 + x_1 - 5x_2 + 4$

(c) $f(x) = x_1x_2 + x_3x_4 - 20x_5$

(d) $f(x) = x_1^2 - x_3^2 + x_1x_4$

Aufgabe 2

Die Matrix A habe folgende Gestalt

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \end{pmatrix}$$

wobei $a \in \{-2, 2\}$ und $b \in \{-1, 0, 1\}$. Für welche a, b ist die Matrix A

- (a) positiv definit,
- (b) negativ definit,
- (c) indefinit?

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass sämtliche Diagonalelemente einer positiv definiten Matrix A positiv sind.

Tipp: Gehen Sie von der quadratischen Form aus und setzen Sie $x = e_i$. Müssen die anderen Matrixelemente auch positiv sein?

Aufgabe 4

Welche der folgenden Matrizen ist positiv definit, negativ definit, positiv semidefinit, negativ semidefinit oder indefinit?

$$A_1 = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, A_4 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$