

## Lineare Algebra 1: Selbstlernfragen Woche 12

Matthias Grajewski, Andreas Kleefeld, Benno Wienke

---

- 1.) Finden Sie Beispiele für euklidische und unitäre Vektorräume jenseits der Beispiele im Skript!
- 2.) Warum ist eine Norm in einem  $\mathbb{K}$ -Vektorraum eine Abbildung  $\|\cdot\| : V \rightarrow \mathbb{R}$  und nicht etwa  $\|\cdot\| : V \rightarrow \mathbb{K}$ ?
- 3.) Was ist die Standardnorm des Vektors  $(1, i)^T$  in  $\mathbb{C}^n$ ?
- 4.) Warum verzichtet man darauf, in  $\mathbb{C}^n$  einen Winkelbegriff zu definieren?
- 5.) Existiert ein Unterschied in der Berechnung der orthogonalen Projektion zwischen euklidischen und unitären Vektorräumen?
- 6.) Wie lautet das orthogonale Komplement der leeren Menge in  $\mathbb{C}^n$ ?
- 7.) Wie lautet das orthogonale Komplement von  $\mathbb{C}^n$  in  $\mathbb{C}^n$ ?
- 8.) Existiert  $M \subseteq \mathbb{R}^2$ , so dass  $M \cap M^\perp$  mindestens zwei Elemente enthält?
- 9.) Existiert  $M \subseteq \mathbb{R}^2$ , so dass  $M \cap M^\perp = \emptyset$ ?
- 10.) Stimmt das immer, manchmal oder nie: "Die  $i$ -te Koordinate eines Vektors ist die Länge der orthogonalen Projektion in Richtung der  $i$ -ten Koordinatenachse."?
- 11.) Ist jedes Orthogonalsystem eine Orthogonalbasis? Gilt die umgekehrte Implikation?

## Lineare Algebra 1: Selbstlernfragen Woche 13

Matthias Grajewski, Andreas Kleefeld, Benno Wienke

---

- 1.) Welche Vorteile bieten Orthonormalbasen gegenüber beliebigen Basen?
- 2.) Worin liegt der Zusammenhang zwischen der orthogonalen Projektion und dem Verfahren von Gram-Schmidt?
- 3.) Das Verfahren von Gram-Schmidt erfordert linear unabhängige Ausgangsvektoren. Muss man dies explizit prüfen, bevor man mit der Orthogonalisierung beginnt?
- 4.) Ist das Ergebnis des Verfahrens von Gram-Schmidt eindeutig?
- 5.) Stimmt das immer, manchmal oder nie: "Wenn man auf eine Orthonormalbasis das Verfahren von Gram-Schmidt anwendet, erhält man genau die gleiche Orthonormalbasis zurück."?
- 6.) Nehmen Sie Stellung zu folgender Aussage: "Das Verfahren nach Gram-Schmidt ist doch praktisch nutzlos! Ich wähle einfach immer die kanonische Einheitsbasis, die bildet immer eine Orthonormalbasis."
- 7.) Stimmt das immer, manchmal oder nie: "Wenn man in einer Basis die Reihenfolge der Vektoren ändert und dann das Gram-Schmidt-Verfahren anwendet, ist das so, als hätte man erst das Gram-Schmidt-Verfahren angewendet und dann die Vektoren (in derselben Weise wie oben) vertauscht."?
- 8.) Stimmt das immer, manchmal oder nie: "Gegeben sei eine beliebige Menge von Vektoren. Dann kann man immer ein Orthonormalsystem mit dem gleichen Aufspann wie die Ausgangsvektoren konstruieren."?
- 9.) Wie kann das Verfahren von Gram-Schmidt bei der Berechnung der Bestapproximation helfen?
- 10.) Stimmt das immer, manchmal oder nie: "Wenn eine Interpolation einer Funktion mit einem Polynom die Funktion schlecht wiedergibt, dann nimmt man einfach mehr Interpolationspunkte und ein Polynom von entsprechend höherem Grad, dann wird es besser."?