

Übungsblatt 12

21.12.2021

1. Mehrere Untersuchungen an Patientengruppen, die an einer bestimmten Krankheit leiden, haben ergeben, dass ein von der Krankenschwester verabreichtes Placebo bei höchstens 10% der Patienten zu einer Linderung der Symptome beiträgt. Bei einem Experiment mit 20 Patienten soll nun überprüft werden, ob sich die Wirkung des Placebos verstärkt, wenn es vom Oberarzt verabreicht wird.
 - a) Formulieren Sie die zu testenden Hypothesen.
 - b) Berechnen Sie die Signifikanzschranke, wenn die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art auf 5% beschränkt sein soll.
 - c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art, wenn durch die Anwesenheit des Oberarztes der Placebo-Effekt auf 20% gestiegen ist?

2. Das Gewicht von Brötchen (gemessen in g) ist zufallsabhängig. Man nimmt an, dass die Zufallsvariable, die das Gewicht beschreibt, $N(\mu; \sigma^2 = 36g^2)$ - verteilt ist. Für 81 (zufällig und unabhängig) ausgewählte Brötchen ergab sich das arithmetische Mittel der Gewichte zu $37g$.
 - a) Überprüfen Sie mittels eines zweiseitigen Tests, ob das Datenmaterial mit der Hypothese H_0 : "Das Durchschnittsgewicht der Brötchen beträgt $38g$ " auf dem 5%-Niveau vereinbar ist.
 - b) Sei nun $\mu_1 = 37g$ der tatsächliche Wert von μ . Wie groß ist dann die Fehlerwahrscheinlichkeit 2. Art bei dem in a) angewendeten Test?
 - c) Der Test in a) soll durch Erhöhung des Stichprobenumfanges abgeändert werden. Die Nullhypothese H_0 und die Fehlerwahrscheinlichkeit 1. Art α werden beibehalten. Für $\mu_1 = 37g$ soll die Fehlerwahrscheinlichkeit 2. Art β kleiner gleich 10% werden. Wie groß muss der Stichprobenumfang n mindestens gewählt werden, damit dies gewährleistet ist?

3. Als Grenzwert der radioaktiven Belastung von Lebensmitteln galt im Sommer 1985 und 1987 unterschiedliche Werte.

- a) Im Sommer 1985 galt ein Wert von $10 \frac{Bq}{kg}$. Bei 50 in Bayern durchgeführten Messungen der Strahlenbelastung von Maronenröhrlingen seien der arithmetische Mittelwert $7,5 \frac{Bq}{kg}$ und die empirische Standardabweichung $9,65 \frac{Bq}{kg}$ registriert worden.
- b) Im Sommer 1987 dagegen ein Wert von $600 \frac{Bq}{kg}$. Bei 5 entsprechenden Messungen der Strahlenbelastung in einem bayerischen Landkreis seien die Werte 416, 182, 630, 317 und $410 \frac{Bq}{kg}$ aufgetreten, die als Realisierungen normalverteilter Zufallsvariablen anzusehen sind.

Es sei gerechtfertigt, dass jede der beiden Messreihen als Ergebnis einer einfachen Stichprobe zu interpretieren ist. Lässt sich zum Signifikanzniveau 0,025 statistisch bestätigen, dass der Erwartungswert der radioaktiven Belastung von Maronenröhrlingen im jeweiligen Sommer unter dem jeweils gültigen Grenzwert lag?

Zusatzaufgaben

4. Eine Stichprobe zu einer Messung einer normalverteilten Zufallsvariablen liefert folgende Ergebnisse:

1,2 1,4 1,3 1,4 1,6 1
1,1 1,5 1,4 1,7 1,4

Prüfen Sie, ob die vom Hersteller der Messeinrichtung vorgegebene Messgenauigkeit mit $\sigma^2 = 0,5$ einem Test mit $\alpha = 5\%$ (zweiseitig) standhält.

5. In einem Land sei der Anteil der Telefonbesitzer 30%. Es wird vermutet, dass die Gruppe der Angestellten eine höhere Telefondichte aufweist. Eine Zufallsstichprobe von $n = 100$ ergibt für diese Gruppe einen Anteilssatz von 35%. Ist bei einem Signifikanzniveau 0,025 dieser Anteil als signifikant anzusehen?