

## Übungsblatt 08

23.11.2021

1. Bei einem Messvorgang wird angenommen, dass er durch eine Zufallsvariable mit unbekanntem Erwartungswert  $\mu$  und einer Streuung  $\sigma = 0,1$  [Maßeinheiten] angemessen beschrieben werden kann. Bei einer Messreihe soll die Wahrscheinlichkeit, dass der Betrag der Differenz zwischen dem arithmetischen Mittel der Messwerte und  $\mu$  kleiner als  $0,02$  [Maßeinheiten] ist, mindestens  $95\%$  sein. Wie viele Messungen müssen Sie durchführen
  - a) unter Anwendung der Ungleichung von Tschebyscheff?
  - b) unter Berücksichtigung, dass das arithmetische Mittel von  $n$  unabhängigen Zufallsvariablen (für großes  $n$ ) näherungsweise normalverteilt ist?
  
2. Ein Würfel wird 100-mal geworfen. Die Zufallsvariable  $Y$  sei die Gesamtaugensumme.
  - a) Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz von  $Y$ .
  - b) Berechnen Sie näherungsweise die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zufallsgröße  $Y$  Werte aus dem Intervall  $[330; 380]$  annimmt.
  
3. Mittels einer Abfüllmaschine werden  $X_1$  Gramm eines Produktes in  $X_2$  Gramm schwere Dosen gefüllt. Sodann werden 100 gefüllte Dosen in eine  $X_3$  Gramm schwere Kiste verpackt. Dabei seien  $X_1$ ,  $X_2$  und  $X_3$  unabhängige und ausreichend genau nach den Normalverteilungen  $N_1(155; 4^2)$ ,  $N_2(45; 3^2)$  und  $N_3(1.000; 20^2)$  verteilte zufällige Variable.
  - a) Bestimmen Sie Verteilung, Erwartungswert und Varianz einer zufällig aus der Produktion herausgegriffenen gefüllten Dose.
  - b) Bestimmen Sie Verteilung, Erwartungswert und Varianz einer zufällig aus der Produktion herausgegriffenen gefüllten Kiste.
  - c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine Kiste schwerer als  $21.100$  Gramm?
  
4. Bei einer Bank werden die Zinsen von 100 zufällig ausgewählten Konten berechnet und auf die am nächsten gelegenen vollen Euro-Beträge auf- bzw. abgerundet. Unter der Annahme, dass der Rundungsfehler gleichverteilt in  $[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$  ist, bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Betrag des Fehlers der Zinssumme höchstens  $2$  € beträgt (ZGWS!)

### Zusatzaufgaben

5. Der zufällige Fehler  $X$  eines Messgerätes habe den Erwartungswert  $E(X) = 0$   $\mu m$  und die Standardabweichung  $\sigma = 20$   $\mu m$ . Damit liegen keine systematischen Messfehler vor, es können nur zufällige Messfehler auftreten. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, dass das arithmetische Mittel aus 25 unabhängigen Messungen von der wahren Länge des zu messenden Werkstücks dem Betrag nach um höchstens  $3$   $\mu m$  abweicht.