

## Übungsblatt 14

20.01.2022

### Wiederholung Kap. 4 - Differentialrechnung & Kap. 5 - Integration

1. Zeigen Sie mit dem Satz von Rolle, dass das Polynom

$$p(x) = x^3 + a \cdot x + b \quad \text{für} \quad a > 0$$

keine zwei reellen Nullstellen besitzen kann.

2. Berechnen Sie folgende Grenzwerte, falls diese existieren

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{e^x} \right)$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( x^{\frac{1}{\ln(x)}} \right)$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin(x) - x + \frac{x^3}{6}}{x^5} \right)$

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 - 4x + 9} - (x - 3) \right)$

3. a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom 3. Grades für die Funktion  $g(x) = \ln(x \cdot e^{-2x})$  an der Stelle  $x_0 = 1$ .  
b) Berechnen Sie  $g(1,25)$  näherungsweise mittels des Taylorpolynoms.

4. Berechnen Sie die Integrale:

a)  $\int \frac{1}{1-x^2} dx$

b)  $\int \frac{(x^2+1)^2 + x}{x \cdot (x^2+1)} dx$

c)  $\int \frac{1}{x \cdot (x+1)} dx$

5. Bestimmen Sie die Fläche, die von den folgenden beiden Funktionen eingeschlossen wird:

$$f(x) = -x^2 + 2x \quad \text{und} \quad g(x) = -2x - 4$$

6. Der Graph der Funktion  $f$  zu  $f(x) = \ln(x)$ , die  $x$ -Achse und die Geraden mit der Gleichung  $x = 1$  und  $x = e$  begrenzen eine Fläche, die um die  $x$ -Achse rotiert. Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers.

7. Bestimmen Sie folgende Funktion

$$\left( \int_{e^{-x}}^{e^x} \ln(t) dt \right)'$$

8. Berechnen Sie folgende uneigentliche Integrale:

a)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$

b)  $\int_3^{\infty} \frac{8}{4-x^2} dx$