

## Übungsblatt 09

02.12.2021

1. Gegeben ist die Funktion  $f(x) = x^2 + 2$  auf dem Intervall  $[0, 1]$ .
- Bestimmen Sie die Obersumme  $O_n$  der gegebenen Funktion.
  - Bestimmen Sie die Untersumme  $U_n$  der gegebenen Funktion.
  - Bestimmen Sie Ober- und Untersumme für die Streifenbreite  $h = \frac{1}{2}$ .
  - Um wie viel Prozent verbessert bzw. verschlechtert sich das Ergebnis, falls  $h = \frac{1}{4}$ ?
  - Um wie viel Prozent weichen die Ergebnisse aus  $d)$  vom exakten Ergebnis  $\frac{7}{3}$  ab?

2. **(Präsentation der Lösung)** Berechnen Sie die Integrale:

a)  $\int \frac{1}{(x+1)^2} dx$

b)  $\int \frac{1}{1+x^2} dx$

c)  $\int \left( \sqrt{x} + \frac{1}{x} \right) dx$

d)  $\int \frac{x}{1+x^2} dx$

e)  $\int \frac{1+x}{1+x^2} dx$

f)  $\int \sqrt{1+2x} dx$

3. Bestimmen Sie die Stammfunktion und berechnen Sie ggfls. das bestimmte Integral der Funktion  $f(x)$  auf dem Intervall  $C = [a, b]$ .

a)  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$  mit  $C = [\sqrt{5}; \sqrt{10}]$

b)  $f(x) = \sin^2(x)$

c)  $f(x) = \ln(x)$  mit  $C = [1; e]$

d)  $f(x) = \sin(x) \cdot e^{-\cos(x)}$  mit  $C = [0; \frac{\pi}{4}]$

*Hinweis:* Verwenden Sie bei c) ggfls. die partielle Integration.

4. **(Präsentation der Lösung)** Berechnen Sie die bestimmten Integrale

a)  $\int_{\frac{1}{3}}^1 (x-1) \cdot e^{3x} dx$

b)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin(x)} \cdot \cos(x) dx$

c)  $\int_0^1 x \cdot e^{2+3x^2} dx$

5. **(Präsentation der Lösung)** Bestimmen Sie die Stammfunktion  $F(x)$  der gegebenen Funktionen. Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse durch Differentiation.

a)  $f(x) = (x - 2) \cdot (x - 4)$

b)  $f(x) = 4x \cdot \cos(x^2)$

c)  $f(x) = \sqrt{x} \cdot (x^2 - 4)$