

## Lineare Algebra 1: Selbstlernfragen Woche 12

Matthias Grajewski, Andreas Kleefeld, Benno Wienke

---

- 1.) Bildet die Menge aller Polynomfunktionen über  $\mathbb{K}$  einen Vektorraum? Wenn ja, was ist dessen Dimension?
- 2.) Gemäß Skript handelt es sich bei  $P_n$  um einen Vektorraum mit Dimension  $n + 1$ , für  $n + 1$  paarweise verschiedene Interpolationspunkte lässt sich genau ein interpolierendes Polynom aus  $P_n$  finden. Der Polynomraum  $P'_n = L(1, x^2, x^4, \dots, x^{2n})$  hat offenbar auch die Dimension  $n + 1$ . Eignet sich dieser Raum ebenso wie  $P_n$  zur Interpolation?
- 3.) Man mache sich klar, dass der Ausdruck  $q(x)$  im Beweis von Satz 3.101 tatsächlich ein Polynom ist.
- 4.) Stimmt das manchmal, immer oder nie: "Polynome sind genau dann linear unabhängig, wenn ihre Koordinatenvektoren bezogen auf die Monombasis linear unabhängig sind."?
- 5.) Stimmt das immer, manchmal oder nie: "Zwei Polynome von verschiedenem Grad sind linear unabhängig."?
- 6.) Stimmt das immer, manchmal oder nie: "Zwei Polynome von gleichem Grad sind linear abhängig."?
- 7.) Warum muss man bei der Definition des Skalarproduktes für einen komplexen Vektorraum die Symmetrie aufgeben?
- 8.) Finden Sie einen endlich erzeugten komplexen Vektorraum außer  $\mathbb{C}^n$ !
- 9.) Warum wählt man in  $\mathbb{C}^n$  nicht einfach das euklidische Skalarprodukt als Standardskalarprodukt?
- 10.) Das in Beispiel 3.110 vorgestellte Skalarprodukt auf  $\mathcal{C}[a, b]$  ist wegen der Integration eventuell in der Praxis schwierig auszurechnen. Zur Vereinfachung könnte man für einen festen Punkt  $x_0 \in [a, b]$  auf den Gedanken verfallen,  $\langle f, g \rangle := f(x_0)g(x_0)$  zu definieren. Wäre dies ein Skalarprodukt?