Dr. Thomas Eifert, Yvonne Albrecht, M.Sc. FH Aachen, FB 09; IT Center, RWTH Aachen

Hausaufgabenblatt 05

1. Bestimmen Sie die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen:

   a) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k \cdot x^k}{3^k}$ b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^k}{1+3^k}$ c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} k^k \cdot x^k$

2. Stellen Sie die Funktion $(x \neq -2)$

   $$f(x) = \frac{x^2}{2x+4} \qquad \text{mit} \qquad |x| < 2$$

   als Potenzreihen um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ dar.

3. Formen Sie folgende Terme um

   a) $(e^x + e^{-x})^{-3}$ b) $(e^x - e^{-x} + 5) \cdot e^x$

   c) $\dfrac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}}$ d) $e^{-x} \cdot e^{-\frac{x}{2}} \cdot e^{2x-3}$

   e) $\dfrac{1}{e^{2x}} + 3 \cdot (e^{-x})^2 - \left(\dfrac{2}{e^x}\right)^2$

4. Zeigen Sie die Stetigkeit mit dem $\varepsilon - \delta-$Kriterium der folgenden Funktionen:

   a) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ b) $f(x) = \frac{1}{x}$ im Intervall $(1;5)$

5. Untersuchen Sie folgende Funktionen auf Stetigkeit bzw. stetige Ergänzbarkeit:

   a) $f(x) = \begin{cases} \frac{5}{2x} & \text{für } x < -1 \\ x^2 - \frac{7}{2} & \text{für } -1 < x < 2 \\ \frac{1}{x-1} & \text{für } x > 2 \end{cases}$

   b) $f(x) = \begin{cases} -x+2 & \text{für } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{für } x = 1 \\ 2 \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & \text{für } 1 < x < 4 \end{cases}$