

Übungsblatt 6

Selbstlernaufgaben

Aufgabe 1

- (a) Bestimmen Sie die Parameterform der Ebene durch die drei Punkte $A = (1; 2; 3)$, $B = (2; 4; 1)$ und $C = (3; -1; 0)$. Liegt der Punkt $D = (1; -5; 4)$ in der Ebene?
- (b) Bestimmen Sie einen Vektor, der senkrecht auf dieser Ebene steht und damit eine parameterfreie Ebenengleichung.

Aufgabe 2

- (a) Bestimmen Sie die Gleichung der Ebene durch die 3 Punkte

$$A = (0; 2; 0), B = (-1; 3; 1), C = (-1; -1; -2)$$

- (b) Bestimmen Sie $\alpha \in \mathbb{R}$ so, dass $P = (\alpha; 3; -1)$ in der Ebene liegt.
- (c) Bestimmen Sie den kürzesten Abstand dieser Ebene vom Nullpunkt.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie den Winkel zwischen den Ebenen

(a) $3x_1 + 4x_3 = 7$ und $x = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$

(b) $x = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $-6x_1 - 6x_2 - 3x_3 = 1$

Aufgabe 4

Eine Mobilfunkantenne muss wegen der stürmischen Lage auf einem Berg mit Seilen stabilisiert werden. Die Spitze der Antenne hat die Koordinaten

$$P = (p_x; p_y; p_z) = (2, 5; 1, 5; 12).$$

Die Seile werden an den Punkten

$$A = (1; 1; 1), \quad B = (1; 2; -1), \quad C = (4; 2; 1)$$

befestigt.

- (a) Berechnen Sie die Ebene, in der die Punkte A, B, C liegen, in Hessescher Normalform.
- (b) Der Fuß der Mobilfunkantenne liegt in der gleichen Ebene wie die Endpunkte der Seile. Die Antenne steht genau in z -Richtung. Bestimmen Sie die Höhe der Antenne (1 LE = 10 m).

Hausaufgaben

Aufgabe 5

Ein Gebäude in Form einer Pyramide hat die Eckpunkte $O = (0; 0; 0)$, $A = (6; 8; 0)$, $B = (0; 8; 0)$ und die Spitze $S = (2; 4; 8)$. Von der Ecke B verläuft zum Punkt $P = (4; 6; 4)$ ein Stahlträger.

- Zeigen Sie, dass P in der Ebene E_{OAS} , die die Pyramidenseite OAS enthält, liegt.
- Überprüfen Sie, ob der Stahlträger senkrecht auf die Ebene E_{OAS} trifft.

Aufgabe 6

Gegeben sind die zwei Punkte $P = (1; 2; 3)$ und $Q = (-1; 1; 2)$ und die Vektoren

$$a = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

- Bestimmen Sie die Gleichungen der beiden Geraden g_1 bzw. g_2 durch den Punkt P in Richtung von a bzw. durch Q in Richtung von b .
- Sind die Geraden windschief (d.h. sind sie weder parallel noch haben sie einen Schnittpunkt)?
- Falls das der Fall ist, bestimmen Sie einen Vektor, der senkrecht auf beiden Geraden steht.

Aufgabe 7

Für welche Werte $t \in \mathbb{R}$ ist die Gerade

$$g : x = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ t \end{pmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

parallel zur Ebene

$$E : 2x_1 - x_2 + t \cdot x_3 = 9, \quad x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}?$$

Bestimmen Sie für diese Fälle jeweils den Abstand der Geraden von der Ebene E .

Aufgabe 8

Das abgebildete Haus hat die Ausmaße: 10m in x -Richtung, 4m in y -Richtung und zwischen 4m und 8m in z -Richtung (siehe Abbildung). Genau in der Mitte seines Daches steht eine 1m hohe Antenne. Auf das Haus fällt (paralleles) Sonnenlicht in Richtung des Vektors $v = (1, -1, -3)^\top$. Der Koordinatenursprung O liegt vorne in der linken unteren Hausecke.

- Berechnen Sie Anfangs- und Endpunkt der Antenne.
- Berechnen Sie den Schattenpunkt der Antennenspitze auf der Dachoberfläche.
- Wie lang ist der Schatten der Antenne auf dem Dach?

