

Hausaufgabenblatt 03

1. Ermitteln Sie den Grenzwert der gegebenen Folge mithilfe des Sandwich-Lemmas

$$a_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$$

2. Bestimmen Sie die Grenzwerte der Folgen:

a) $a_n = \frac{n + n^2 + 11}{2n - 7}$ b) $b_n = n \cdot \left(1 - \sqrt[3]{1 - \frac{1}{n}}\right)$

Hinweis zu b): $(1 - x) \cdot (1 + x + x^2) = 1 - x^3$

3. Untersuchen Sie nachstehende Folge für $n \in \mathbb{N}$ auf Monotonie und Beschränktheit:

$$a_n = 3n - \sqrt{9n^2 + 1}$$

4. Berechnen Sie die Grenzwerte:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(1 - \frac{2}{n}\right)^{3n} \right)$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{7 + 3n}{3n}\right)^{-n} \right)$

5. Gegeben sei die Folge

$$a_{n+1} = \frac{3a_n + 4}{2a_n + 3} \quad \text{mit} \quad a_0 = 1 \quad n \in \mathbb{N}_0$$

Zeigen Sie:

- a) Die Folge ist nach oben beschränkt durch $\sqrt{2}$.
- b) Die Folge ist monoton steigend.
- c) Was bedeuten die Ergebnisse von a) und b) für die Konvergenz der Folge?

6. Zeigen Sie die Cauchy-Konvergenz der Folge

$$a_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{n^2} \quad \text{mit} \quad n \in \mathbb{N}_0$$