Aufgaben zur Veranstaltung
Analysis 1, WiSe 2021/2022

Dr. Thomas Eifert, Yvonne Albrecht M.Sc. — FH Aachen, FB 09; IT Center, RWTH Aachen

Übungsblatt 03 — 21.10.2021

1. Untersuchen Sie die folgenden Folgen auf Monotonie und begründen Sie anhand der Definition.

   a) $a_n = \dfrac{n-1}{n+1}$ b) $a_n = \sqrt{n^2 - n}$

2. Zeigen Sie die Konvergenz der gegebenen Folge und berechnen Sie ein $n_0(\varepsilon)$ für $\varepsilon = 0,1$

$$a_n = \frac{n^3 + \sqrt{n} - \frac{1}{n}}{3n^3 + n^2 - 2\sqrt{n} + 1}$$

3. Bestimmen Sie die Grenzwerte der Folgen:

   a) $a_n = \dfrac{-7n^2 + 5n - 3}{2n^2 - n + 79}$ b) $b_n = \sqrt{n+3} - \sqrt{n}$

4. **(Präsentation der Lösung)** Untersuchen Sie die Folge

$$a_n = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n}$$

   auf Monotonie und Beschränktheit.

   Hinweis: $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2} \leq 1 + \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k \cdot (k-1)}$

5. **(Präsentation der Lösung)** Berechnen Sie $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ für

   a) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{3n}\right)^{6n}$ b) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{4n+4}{4n}\right)^{\frac{n+2}{2}}$

6. **(Präsentation der Lösung)** Zeigen Sie die Konvergenz der rekursiven Folge $(n \in \mathbb{N}_0)$

$$a_{n+1} = \sqrt{8a_n - 15} \quad \text{mit} \quad a_0 = 4$$