

Übungsblatt 02

14.10.2021

1. **(Präsentation der Lösung)** Berechnen Sie die gegebenen Summen mit $N > n + 1$ und $n \geq 1$:

a)
$$\sum_{k=n+1}^N \frac{1}{k \cdot (k+1)}$$

b)
$$\sum_{k=n+1}^N \frac{1}{k \cdot (k-1)}$$

2. **(Präsentation der Lösung)** Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion für $n \in \mathbb{N}$

$$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n! = (n+1)! - 1$$

3. Zeigen Sie die Richtigkeit folgender Gleichung:

$$(k+1) \cdot \binom{n}{k+1} + k \cdot \binom{n}{k} = n \cdot \binom{n}{k} \quad \forall n, k \in \mathbb{N}$$

4. **(Präsentation der Lösung)** Zeigen Sie mithilfe des Binomischen Lehrsatzes, dass

$$(1 + \sqrt{3})^n + (1 - \sqrt{3})^n$$

für alle $n \in \mathbb{N}$ eine natürliche Zahl ist.

5. Gegen sei die Folge

$$a_n = (-1)^{n+1} \cdot \left(\frac{1}{n} + \frac{(-1)^n}{n} \right)$$

- a) Berechnen Sie die ersten 6 Folgenglieder.
b) Bestimmen Sie im Anschluss
- | | |
|-------------------|--------------------|
| i. das Minimum | ii. das Maximum |
| iii. Supremum | iv. Infimum |
| v. Limes Superior | vi. Limes Inferior |

der Folge.