

**Aufgaben zur Veranstaltung  
Lineare Algebra 2, SS 2021**

Matthias Grajewski, Andreas Kleefeld, Benno Wienke

Köln, Jülich, Aachen

**Übungsblatt 14**

**28.06.2021**

**Selbstlernaufgaben**

**Aufgabe 1**

Welche der im folgenden genannten Abbildungen sind quadratische Formen? Stellen Sie gegebenenfalls die zugehörige (symmetrische) Matrix  $A$  auf.  
Ist  $A$  positiv definit, negativ definit oder indefinit?

(a)  $f(x) = x_1^2 - 7x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2x_3$

(b)  $f(x) = x_1^2 - 6x_2^2 + x_1 - 5x_2 + 4$

(c)  $f(x) = x_1x_2 + x_3x_4 - 20x_5$

(d)  $f(x) = x_1^2 - x_3^2 + x_1x_4$

**Aufgabe 2**

Die Matrix  $A$  habe folgende Gestalt

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \end{pmatrix}$$

wobei  $a \in \{-2, 2\}$  und  $b \in \{-1, 0, 1\}$ . Für welche  $a, b$  ist die Matrix  $A$

- (a) positiv definit,
- (b) negativ definit,
- (c) indefinit?

**Aufgabe 3**

Zeigen Sie, dass sämtliche Diagonalelemente einer positiv definiten Matrix  $A$  positiv sind.

*Tipp:* Gehen Sie von der quadratischen Form aus und setzen Sie  $x = e_i$ . Müssen die anderen Matrixelemente auch positiv sein?

**Aufgabe 4**

Welche der folgenden Matrizen ist positiv definit, negativ definit, positiv semidefinit, negativ semidefinit oder indefinit?

$$A_1 = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, A_4 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$