

## Übungsblatt 12

14.06.2021

### Selbstlernaufgaben

#### Aufgabe 1

Berechnen Sie die  $QR$ -Zerlegung zu

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

#### Aufgabe 2

Bei welchen Werten  $a, b$  hat die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a & -1 \\ 1 & b \end{pmatrix}$$

- (a) zwei verschiedene reelle Eigenwerte?
- (b) einen (doppelten) reellen Eigenwert?
- (c) keinen reellen Eigenwert?

#### Aufgabe 3

Bestimmen Sie Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrizen

$$(a) A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad (b) B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie auch eventuelle komplexe Eigenwerte und Eigenvektoren. Ein komplexes Gleichungssystem können Sie wie ein reelles Gleichungssystem mit dem Gauß-Verfahren lösen.

#### Aufgabe 4

Wie lautet die  $QR$ -Zerlegung von

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}?$$

Lösen Sie anschließend mit dieser Zerlegung das lineare Gleichungssystem  $Ax = b$  mit  $b = (1, 2)^T$ .

## Hausaufgaben

### Aufgabe 5

Berechnen Sie das charakteristische Polynom und die Eigenwerte folgender Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & \cdots & a_n \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdot & & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & & 1 & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

### Aufgabe 6

Wie lautet die  $QR$ -Zerlegung von

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} ?$$

Lösen Sie anschließend mit dieser Zerlegung das lineare Gleichungssystem  $Ax = b$  mit  $b = (2, 3)^\top$ .

### Aufgabe 7

Gegeben sind

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & t \\ -2 & -1 - t \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad x_t = \begin{pmatrix} -t \\ 2 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Zeigen Sie, dass der Vektor  $x_t$  Eigenvektor der Matrix  $A_t$  ist. Wie lautet der zugehörige Eigenwert? Bestimmen Sie auch den zweiten Eigenwert.

### Aufgabe 8

Berechnen Sie die Eigenwerte und zugehörigen Eigenvektoren von

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ -3 & 8 & 3 \end{pmatrix}.$$