

**Aufgaben zur Veranstaltung  
Lineare Algebra 2, SS 2021**

Matthias Grajewski, Andreas Kleefeld, Benno Wienke

Köln, Jülich, Aachen

**Übungsblatt 10**

**31.05.2021**

**Selbstlernaufgaben**

**Aufgabe 1**

Für welche Werte von  $a, b, c$  ist das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} ax + 2y + z = 1 \\ bx + y + z = 0 \\ cx + 3y - z = 0 \end{pmatrix}$$

lösbar? Berechnen Sie die Lösungen in Abhängigkeit von  $a, b$  und  $c$ . Verwenden Sie dazu die Cramersche Regel.

**Aufgabe 2**

Gegeben seien die Messpunkte  $(t_i; y_i)$  für  $i = 1, \dots, 4$ :

$$(1; 10), (2; 12), (3; 26), (4; 16).$$

Stellen Sie die überbestimmten Gleichungssysteme für die unbekannt Parameter  $a$  und  $b$  auf, wenn folgenden Beziehungen zwischen den  $y$  und den  $t$  gelten:

(a)  $y = a$                       (b)  $y = a + b \cdot t$

Bestimmen Sie zu (a) und (b) jeweils die Parameter nach der Methode der kleinsten Quadrate. Fertigen Sie eine Skizze an.

**Aufgabe 3**

Mit der Wassertiefe ändert sich der Druck, der auf einen im Wasser befindlichen Körper wirkt. Es wird ein Experiment durchgeführt, um den vermuteten Zusammenhang

$$P = \alpha + \beta \cdot d$$

zwischen Wassertiefe  $d$  und Druck  $P$  zu überprüfen. Es wurden folgende Messwerte aufgenommen:

Wassertiefe	1	3	5	7	9
Druck	2	4	5,5	8,5	10

- (a) Bestimmen Sie die Parameter  $\alpha$  und  $\beta$  nach der Methode der kleinsten Quadrate.
- (b) Ermitteln Sie mit diesen Werten den Druck in einer Tiefe von 15 Metern.

#### **Aufgabe 4**

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} x + 3y + 3z = -2 \\ x + 2y + 4z = 3 \\ x + y + z = 0 \end{pmatrix}$$

- (a) nach dem Gauß-Verfahren und
- (b) nach der Cramerschen Regel.

## Hausaufgaben

### Aufgabe 5

In der Elektrotechnik ergeben sich eine Widerstandsmatrix  $R$  und ein Quellspannungsvektor  $U$ :

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Gesucht ist der Stromvektor  $I$ , der sich durch Lösen des linearen Gleichungssystems

$$R \cdot I = U$$

ergibt. Bestimmen Sie die Lösung mithilfe der Cramerschen Regel.

### Aufgabe 6

Gegeben seien die Messpunkte  $(t_i; y_i)$  für  $i = 1, \dots, 3$ :

$$(3; 7), (2; 4), (5; 9).$$

Stellen Sie das überbestimmte Gleichungssystem für die unbekannt Parameter  $a$  und  $b$  auf, wenn folgende Beziehung zwischen den  $y$  und den  $t$  gilt:

$$y = a + b \cdot t$$

Bestimmen Sie die Parameter  $a$  und  $b$  nach der Methode der kleinsten Quadrate. Fertigen Sie eine Skizze an.

### Aufgabe 7

Ermitteln Sie das Ausgleichspolynom zweiten Grades zu den Punkten

$$(-2; 10), (-1; 3), (1; 5), (2; 12).$$

Stellen Sie die Normalgleichung auf und lösen Sie diese. Fertigen Sie eine Skizze der Punkte und der Lösungskurve an.

### Aufgabe 8

Eine Messreihe ergibt zu den Zeiten  $t = 1, 2, 3, 4, 5$  in Sekunden folgende Temperaturwerte:

$t$ Sekunden	1	2	3	4	5
$y(t)$ °C	0,9	5,8	11,4	12,1	12,9

Stellen Sie das überbestimmte Gleichungssystem für die unbekannt Parameter  $a$  und  $b$  auf und bestimmen Sie diese nach der Methode der kleinsten Quadrate, wenn folgende Beziehung zwischen  $y$  und  $t$  gilt:

$$y(t) = a \cdot t + b \cdot \sin\left(-t \cdot \frac{\pi}{2}\right)$$