

## Selbstlernfragen Woche 02

Matthias Grajewski, Andreas Kleefeld, Benno Wienke

---

- 1.) Geben Sie eine lineare Abbildung  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  an, die kein Isomorphismus ist.
- 2.) Handelt es sich bei der Punktspiegelung in der Ebene am Nullpunkt um einen Isomorphismus?
- 3.) Es sei  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  ein Isomorphismus mit Abbildungsmatrix  $A$ . Was gilt für  $\det(A)$ ?
- 4.) Stimmt das: "Jeder Isomorphismus ist ein Automorphismus"?
- 5.) Stimmt das: "Jeder Automorphismus ist ein Isomorphismus"?
- 6.) Welchen Rang hat die Abbildungsmatrix des Kreuzproduktes aus Beispiel 4.39? Handelt es sich beim Kreuzprodukt (ein Vektor wird festgehalten) als Abbildung betrachtet um einen Isomorphismus? Deuten Sie Ihren Befund mit den bekannten Rechenregeln des Kreuzprodukts!
- 7.) Gegeben seien für eine Funktion  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  die Bilder der kanonischen Einheitsvektoren  $f(e_i)$ . Liegt dadurch die Funktion eindeutig fest?
- 8.) Gesucht wird eine Funktion  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ , die  $f(e_i) = v_i, 1 \leq i \leq n$  erfüllen soll. Geben Sie eine solche Funktion an!
- 9.) Eine Drehung um 0 um den Winkel  $\alpha$  in der Ebene wird wie in Beispiel 4.40 gezeigt durch eine Drehmatrix  $D_\alpha$  beschrieben. Welche geometrische Operation kodiert  $D_\alpha^T$ ?
- 10.) Eine lineare Abbildung  $f$  liegt vor, und für einen Vektor  $v \neq 0$  gilt  $f(v) = 0$ . Kann  $f$  ein Isomorphismus sein?