

Übungsblatt 4

23./24.10.2019

Präsenzaufgaben

1. Bestimmen Sie die Größe des Winkels zwischen den Vektoren

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$

2. Berechnen Sie $\vec{a} \times \vec{b}$ für die Vektoren

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix}$

Bestimmen Sie außerdem für die Teile a) und b) $\vec{b} \times \vec{a}$, $-\vec{b} \times \vec{a}$, $\vec{a} \times \vec{a}$, $\langle \vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \rangle$, $\langle \vec{a} \times \vec{b}, \vec{a} \rangle$ und $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{b}$. In welche Richtung zeigt der letzte Vektor?

3. Bestimmen Sie die Zerlegung des Vektors $d = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ in die Richtun-

gen der Vektoren $a, b \in \mathbb{R}^2$ wobei $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $b \perp a$, so dass gilt:

$$d = \alpha a + \beta b$$

Versuchen Sie auf ein Lineares Gleichungssystem zu verzichten. (Zeichnerische und rechnerische Lösung!).

4. Zeigen Sie, dass das Volumen eines Tetraeders, der von drei nicht in einer Ebene liegenden Vektoren $a, b, c \in \mathbb{R}^3$ aufgespannt wird, durch

$$V = \frac{1}{6} |(a \times b) \cdot c|$$

gegeben ist.

Hausaufgaben (Abgabe bis 29.10.2019)

1. a) Wie kann man $\sum_{k=1}^n a_k$ als Skalarprodukt des Vektors $a \in \mathbb{R}^n$ mit einem Vektor $b \in \mathbb{R}^n$ darstellen? Wie muss dieser Vektor b aussehen?
- b) Beweisen Sie, dass gilt:

$$\left| \sum_{k=1}^n a_k \right| \leq \sqrt{n} \left(\sum_{k=1}^n a_k^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

Hinweis: Benutzen Sie Teil a) und die Schwarzsche Ungleichung.

2. Gegeben sind die drei Ortsvektoren:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- a) Zeigen Sie, dass die zugehörigen Punkte ein Dreieck aufspannen.
- b) Berechnen Sie den Flächeninhalt mit Hilfe des Kreuzprodukts.
3. Gegeben Seien vier Punkte $A = (0/0/0)$, $B = (3/0/4)$, $C = (4/3/1)$, $D = (0/5/2)$. T Sei der Tetraeder mit den Eckpunkten A, B, C und D . Berechnen Sie:
- a) Den Winkel des Dreiecks BCD an Punkt B ,
- b) den Flächeninhalt der Seite ABC ,
- c) das Volumen von T .