Benno Wienke, Louai Ben Yahia, Svenja Schmidt FH Aachen, Campus Jülich; IT Center, RWTH Aachen

Übungsblatt 2 09.10.2019

Präsenzaufgaben

1. Bestimmen Sie ein Polynom der Form $p(x) = ax^3+bx^2+cx+d$, das durch die Punkte $(-1;2)$,$(0;1)$,$(1;2)$,$(\frac{1}{2};\frac{1}{2})$ geht. Nutzen Sie zur Berechnung ein lineares Gleichungssystem.

2. Berechnen Sie den Abstand der Punkte $A = (-5;2)$ und $B = (3;-4)$ voneinander.

3. Welcher Punkt hat von den Punkten $A = (0,1)$, $B = (0,7)$ und $C = (4,9)$ den gleichen Abstand? Tipp: P sei der gesuchte Punkt. Es muss für die zugehörigen Ortsvektoren gelten:
$$\|\vec{p}-\vec{a}\| = \|\vec{p}-\vec{b}\| = \|\vec{p}-\vec{c}\|$$

4. Welche der folgenden Gleichungen bzw. Aussagen sind für beliebige Vektoren und beliebige Skalarprodukte richtig? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.
   a) $\vec{a}\cdot\langle\vec{a},\vec{c}\rangle = \vec{a}^2\cdot\vec{c}$
   b) $\vec{b} = \sqrt{\vec{b}^2}$
   c) $\langle\vec{a}+\vec{b},\vec{a}-\vec{b}\rangle = \vec{a}^2-\vec{b}^2$
   d) $\frac{\langle\vec{a},\vec{b}\rangle}{\langle\vec{b},\vec{b}\rangle}\cdot\vec{b} = \vec{a}$
   e) $\langle\vec{a},\vec{b}\rangle = 0 \quad\Leftrightarrow\quad \vec{a}=\vec{0}$ oder $\vec{b}=\vec{0}$
   f) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}\cdot\vec{x} = 3 \quad\Rightarrow\quad \vec{x} = \frac{3}{\vec{a}} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

Hausaufgaben (Abgabe bis 15.10.2019)

1. Für welche $t \in \mathbb{R}$ hat das folgende Gleichungssystem a) keine, b) genau eine oder c) unendlich viele Lösungen? Es ist der Gauß-Algorithmus zu benutzen!

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & + & 3z & = & 1 \\ 2x & - & 2y & + & z & = & 1 \\ -x & + & 4y & + & (3t^2-1)z & = & (t-1) \end{array}$$

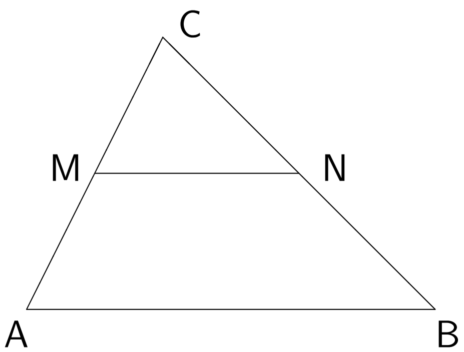
2. Berechnen Sie den Abstand der Punkte von

   a) $A = (-1; 2)$ und $B = (3; 4)$

   b) $C = (1; 2; 3)$ und $D = (3; -3; 5)$

   voneinander.

3. In einem Dreieck ABC sind M und N die Mittelpunkte der Seiten $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ (siehe Zeichnung). Zeigen Sie: Die Strecke $\overline{MN}$ ist parallel zur Dreiecksseite $\overline{AB}$ und halb so lang wie diese.



4. Zeigen Sie, dass für beliebige Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ gilt:

   a) $\|\vec{a}+\vec{b}\|^2 = \|\vec{a}\|^2 + \|\vec{b}\|^2 + 2\langle\vec{a},\vec{b}\rangle$

   b) $\|\vec{a}+\vec{b}\|^2 + \|\vec{a}-\vec{b}\|^2 = 2\|\vec{a}\|^2 + 2\|\vec{b}\|^2$

   c) $\|\vec{a}+\vec{b}\|^2 - \|\vec{a}-\vec{b}\|^2 = 4\langle\vec{a},\vec{b}\rangle$