

Übungsblatt 10

27./28.05.2019

Präsenzaufgaben

- 1.) Bestimmen Sie die Anzahl der linear unabhängigen Zeilen- bzw. Spaltenvektoren, also den Rang, der folgenden Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- 2.) **Typische IHK-Aufgabe.** Anna, Berta und Carla kaufen im Schmuckbedarfsgroßhandel Perlen unterschiedlicher Qualität. Es gibt drei verschiedene Sorten. Anna kauft jeweils 10 Perlen jeder Sorte und bezahlt 50 Euro. Berta nimmt auch 30 Perlen, aber nur von Sorte 1 und 2. Sie nimmt jeweils gleich viele und bezahlt 60 Euro. Carla bezahlt per Kreditkarte für ihre 60 Perlen 110 Euro. Sie wählt 25 von Sorte 1, 25 von Sorte 2 und 10 von Sorte 3. Welche Ober- und Untergrenzen für die Einzelpreise ergeben sich?

- 3.) Für welche Werte von a, b, c ist das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} ax + 2y + z = 1 \\ bx + y + z = 0 \\ cx + 3y - z = 0 \end{pmatrix}$$

lösbar? Berechnen Sie die Lösungen in Abhängigkeit von a, b und c . Verwenden Sie dazu die Cramersche Regel.

- 4.) In der Elektrotechnik ergeben sich eine Widerstandsmatrix R und ein Quellspannungsvektor U :

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Gesucht ist der Stromvektor I , der sich durch Lösen des linearen Gleichungssystems

$$R \cdot I = U$$

ergibt. Bestimmen Sie die Lösung mithilfe der Cramerschen Regel.

Hausaufgaben (Abgabe bis 02.06.2019)

5.) Welchen Rang haben die Matrizen $A \in M(4 \times 3, \mathbb{R})$ und $B \in M(n \times 2, \mathbb{R})$ mit $n \geq 2$?

$$(a) A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 6 \\ -2 & 1 & -8 \\ 1 & 5 & -7 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad (b) b_{ij} = \begin{cases} -i, & i \text{ gerade} \\ i, & i \text{ ungerade} \\ n, & i = n, j = 1 \\ n - 1, & i = n, j = 2 \end{cases}$$

(je 3 Punkte)

6.) Lösen Sie das folgende Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} x + 3y + 3z = -2 \\ x + 2y + 4z = 3 \\ x + y + z = 0 \end{pmatrix}$$

- (a) nach dem Gauß-Verfahren
- (b) nach der Cramerschen Regel und
- (c) durch Invertierung von A (siehe Hinweis).

Vergleichen Sie den Rechenaufwand.

Hinweis:

Das Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{b}$ löst man wie folgt nach \vec{x} auf:

$$\begin{aligned} A\vec{x} &= \vec{b} \\ A^{-1}A\vec{x} &= A^{-1}\vec{b} \\ \vec{x} &= A^{-1}\vec{b} \end{aligned}$$

(je 3 Punkte)

7.) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 2ix + y &= -1 \\ (1+i)x + (1-i)y &= 0 \end{aligned}$$

wobei i die imaginäre Einheit ist.

(3 Punkte)