Benno Willemsen, Louai Ben Yahia, Svenja Schmidt FH Aachen, Campus Jülich; IT Center, RWTH Aachen

Übungsblatt 8 13./14.05.2019

Präsenzaufgaben

1.) Gilt die Beziehung

$$det(A+B) = det(A) + det(B)?$$

Beweisen Sie ihre Aussage.

2.) Gegeben seien drei Matrizen A, B, $C \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ mit folgenden Eigenschaften:

- A ist regulär mit $det(A) = 10$.
- Für B gilt: $det(A \cdot B) = 1$.
- Für C gilt: $B \cdot C$ ist singulär, d.h. nicht invertierbar.

Berechnen Sie:

(a) $det(C \cdot A)$ (b) $det(-A \cdot B^{-1})$
(c) $det(B \cdot C - A \cdot B^{-1} \cdot C)$ (d) $det(C + C)$

3.) Weisen Sie folgende Gleichung nach:

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ 1 & b & b^2 & b^3 \\ 1 & c & c^2 & c^3 \\ 1 & d & d^2 & d^3 \end{vmatrix} = (d-a)(c-a)(b-a)(d-b)(c-b)(d-c)$$

4.) Berechnen Sie $\det(A)$ nach dem Entwicklungssatz von Laplace.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -5 \\ -5 & 2 & 8 \\ -2 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

Hausaufgaben (Abgabe bis 19.05.2019)

5.) Die Spur einer quadratischen Matrix $A = (a_{ij})$ ist definiert durch

$$\text{Spur}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

(a) Zeigen Sie, dass die Spur eine lineare Abbildung darstellt.

(b) Bestimmen Sie $rg(Spur(A))$ und die $dim(ker(Spur(A))$.

(je 3 Punkte)

6.) Sei $det \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = 5$. Welchen Wert haben folgende Determinanten?

(a) $\begin{vmatrix} d & e & f \\ g & h & i \\ a & b & c \end{vmatrix}$

(b) $\begin{vmatrix} -a & -b & -c \\ 2d & 2e & 2f \\ -g & -h & -i \end{vmatrix}$

(c) $\begin{vmatrix} a+d & b+e & c+f \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$

(d) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d-3a & e-3b & f-3c \\ 2g & 2h & 2i \end{vmatrix}$

(je 3 Punkte)

7.) (a) Berechnen Sie $\det(A)$ sowohl nach dem Entwicklungssatz von Laplace als auch mit der Sarrus-Regel und vergleichen Sie den Rechenaufwand

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -5 \\ -5 & 2 & 8 \\ -2 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

(b) Berechnen Sie $\det(B)$ mit dem Entwicklungssatz von Laplace

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(je 3 Punkte)