Aufgaben zur Veranstaltung
Lineare Algebra 2, SS 2019

Benno Willemsen, Louai Ben Yahia, Svenja Schmidt FH Aachen, Campus Jülich; IT Center, RWTH Aachen

Übungsblatt 6 29./30.04.2019

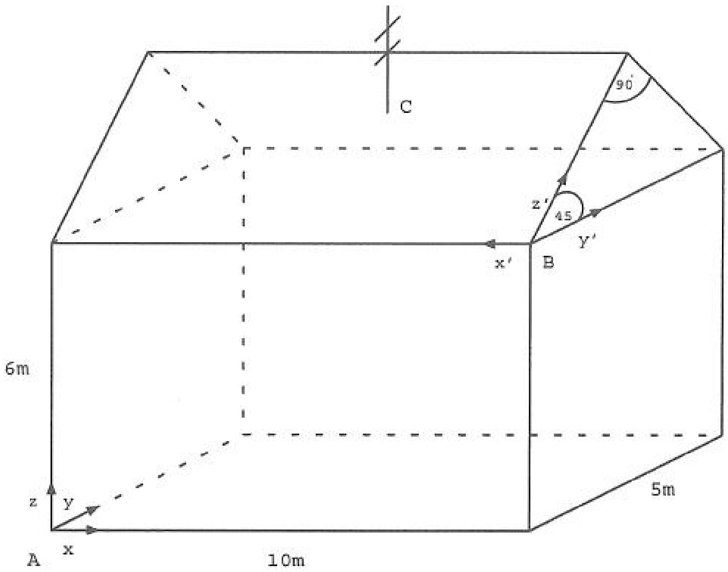
Präsenzaufgaben

1.) Sie haben Koordinaten bzgl. der Einheitsmatrix (e_1, e_2, e_3) gegeben, geben Sie eine Matrix an, welche die gegebenen Koordinaten in Koordinaten bzgl. der Basis

$$\mathcal{B} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right)$$

transformiert.

2.) **Typische IHK-Aufgabe.** Ein Architekt plant, auf dem Dach eines Hauses eine Antenne anzubringen (siehe Skizze). Von seinem Bezugspunkt A aus gesehen soll sie senkrecht über der Stelle, die auf der Grundfläche des Hauses 5m nach rechts (x-Richtung) und 2m nach hinten (y-Richtung) liegt, auf dem Dach angebracht werden.



(a) Berechnen Sie den Anfangspunkt der Antenne auf dem Dach vom Bezugspunkt A aus gesehen.

(b) Der Dachdecker, der an dieser Stelle Dachziegel weglassen muss, nimmt als Bezugssystem die rechte untere Ecke des Daches B und als Basisvektoren die eingezeichneten Richtungsvektoren x', y' und z' (der Länge 1). Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C bzgl. seines Koordinatensystems.

(c) Wie lauten die Koordinaten des Bezugspunktes A des Architekten im Koordinatensystem des Dachdeckers?

(d) Wie muss die Tranformation (Matrix und Verschiebungsvektor) aussehen, die einen beliebigen Punkt des Hauses aus dem Koordinatensystem des Dachdeckers in das des Architekten umrechnet? Überprüfen Sie ihr Ergebnis, indem Sie das Ergebnis von (b) in das Ergebnis von (a) umrechnen.

(e) Wie muss die Tranformation (Matrix und Verschiebungsvektor) aussehen, die einen beliebigen Punkt des Hauses aus dem Koordinatensystem des Architekten in das des Dachdeckers umrechnet?

3.) Projektionsverfahren dienen dazu, dreidimensionale Objekte zweidimensional darzustellen. Ein bekanntes Projektionsverfahren ist die Kavalierprojektion. Eine mögliche Projektionsmatrix lautet

$$P = \begin{pmatrix} 1 & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

Tranformieren Sie die Eckpunkte des Hauses aus Aufgabe 2 in die zweidimensionale Projektion.
Zeichnen Sie die transformierten Punkte und die entsprechenden Verbindungslinien.

Hausaufgaben (Abgabe bis 05.05.2019)

4.) Gegeben Sei die Basis $B = \{1, x, x^2, x^3\}$. Stellen Sie die Transformationsmatrix des Basiswechsels von B nach C auf mit

$$C = \{1, x-c, (x-c)^2, (x-c)^3\}.$$

(3 Punkte)

5.) $A = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$, $A' = \{\vec{a}_1', \vec{a}_2', \vec{a}_3'\}$ und $A'' = \{\vec{a}_1'', \vec{a}_2'', \vec{a}_3''\}$ bilden mit den kanonischen Einheitsvektoren $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ sowie

$$\vec{a}_1' = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{a}_2' = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{a}_3' = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

bzw.

$$\vec{a}_1'' = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{a}_2'' = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{a}_3'' = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

jeweils Basen des $\mathbb{R}^3$.

(a) Bestimmen Sie die Transformationsmatrizen $T_A^{A'}$ sowie $T_{A'}^{A}$.

(b) Bestimmen Sie die Transformationsmatrizen $T_A^{A''}$ sowie $T_{A''}^{A}$.

(c) Bestimmen Sie die Transformationsmatrizen $T_{A''}^{A'}$ sowie $T_{A'}^{A''}$.

(d) Bestimmen Sie die Koordinaten des Vektors $(1, 0, 1)$ bzgl. der Basen A' und A'' unter Zuhilfenahme der in der Vorlesung benutzten Schreibweise.

(je 3 Punkte)