

Übungsblatt 5

23.04.2019

Präsenzaufgaben

1.) Berechnen Sie jeweils die Inverse folgender Matrizen, falls diese existiert:

$$(a) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(b) B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

2.) Für welche reellen Zahlen a ist die folgende Matrix A invertierbar?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a \\ a & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3.) Lösen Sie die folgende Matrixgleichung formal nach X auf:

$$(X^T A)^T + (A^T - X)^2 = X^2 + B - XB$$

Unter welcher Voraussetzung ist die Auflösung der Gleichung gestattet?

Hausaufgaben (Abgabe bis 28.04.2019)

4.) Berechnen Sie mit Hilfe des Gauß-Algorithmus die Inverse zu folgenden Matrizen:

$$(a) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 1 & b & 1 \\ 0 & 1 & c \end{pmatrix}$$

(je 3 Punkte)

5.) Es sei A eine 2×2 -Matrix mit

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

Zeigen Sie, dass dann gilt:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Benutzen Sie dazu zwei Rechenwege:

- (a) Überprüfen Sie, dass das Produkt von A und A^{-1} die Einheitsmatrix gibt.
- (b) Berechnen Sie die Inverse von A nach dem Gauß-Verfahren.

(je 3 Punkte)

6.) Lösen Sie folgende Gleichungen formal nach X auf, wobei alle Matrizen als regulär angenommen werden:

$$(a) A - BX + X = AX - B + E^T$$

$$(b) (X - B)^T(X + A) = X^T A + X^T X + B^T X$$

(je 3 Punkte)