

Übungsblatt 15

Freiwillige Aufgaben

1.) Bilden die 3 Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

eine Basis des \mathbb{R}^3 ? Bilden Sie daraus gegebenenfalls eine Orthonormalbasis.

2.) Geben Sie eine orthonormale Basis des Unterraums W von \mathbb{C}^3 an, der durch

$$v_1 = (1; i; 0)^T \quad \text{und} \quad v_2 = (1; 2; 1 - i)^T$$

aufgespannt wird. Benutzen Sie das Gram-Schmidtsche Orthonormalisierungsverfahren.

Hinweis: $\langle z, w \rangle = z \cdot \bar{w}$

3.) Gegeben Sei ein Vektorraum V . U und W seien Untervektorräume von V . Beweisen Sie folgende Aussagen:

(a) $U = (U^\perp)^\perp$

(b) $U \subset W \Rightarrow W^\perp \subset U^\perp$

(c) $W^\perp \subset U^\perp \Rightarrow U \subset W$