Benno Willemsen, Louai Ben Yahia, Lars Klöser — FH Aachen, Campus Jülich; IT Center, RWTH Aachen University

Übungsblatt 12 — 19.12.2018

Präsenzaufgaben

1.) Der Vektor x habe die Koordinaten $(1, 2, 3)^T$ bezüglich der kanonischen Basis. Welche Koordinaten hat er bezüglich der Basisvektoren

$$b_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}?$$

Zeigen Sie zuerst, dass es sich um eine Basis handelt.

2.) Zeigen Sie, dass die Menge $\{f_0, f_1, f_2\}$, gegeben durch

$$f_0(x) = 1, \quad f_1(x) = (x - x_0), \quad f_2(x) = (x - x_0)(x - x_1)$$

eine Basis im Vektorraum der Polynome vom Grad ≤ 2 bilden.

3.) Bestimmen Sie $dim(L(a, b, c))$ in Abhängigkeit von $\alpha, \gamma \in \mathbb{R}$

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \\ 0 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha \\ \gamma \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

4.) Gesucht sind die Koordinaten des Polynoms v bzgl. der Basis $\mathcal{B} = \{2x + 2, -1\}$ Bekannt sind eine Koordinaten bzgl. der Basis $\mathcal{C} = \{3x + 4, 4x + 3\}$
Diese sind $\mathcal{K}_{\mathcal{C}}(v) = \big(-1, 2\big)^T$.

5.) **Typische IHK Aufgabe**

David plant einen besonderen Kratzbaum für seine Hauskatze Harley (vgl. Skizze). Die Koordinaten $\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -1\right)$ und $\left(\frac{13}{2}; \frac{15}{2}; -1\right)$ bestimmen die Querschnittsmittelpunk-

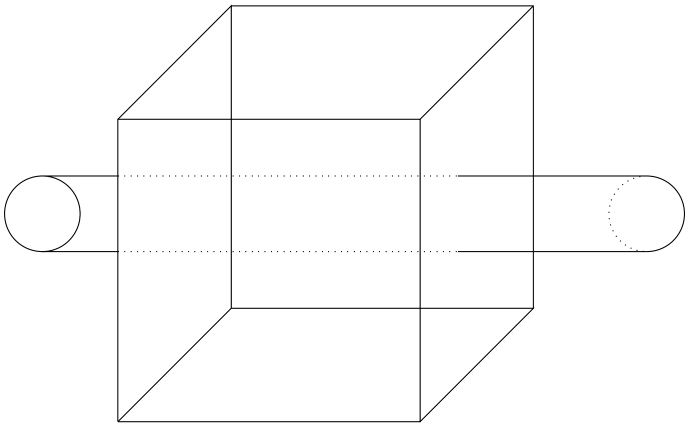

Abbildung 1: Kratzbaum Skizze

te der Enden des Tunnels. Die Box soll die folgenden Eckpunkte haben. Bodenfläche $\left(3; 3; -\frac{3}{2}\right)$, $\left(2; 4; -\frac{3}{2}\right)$, $\left(3; 5; -\frac{3}{2}\right)$ und $\left(4; 4; -\frac{3}{2}\right)$ und Dachfläche $(3; 3; 0)$, $(2; 4; 0)$, $(3; 5; 0)$ und $(4; 4; 0)$. Die Seiten verlaufen senkrecht zur Bodenfläche bis zur Dachfläche.

(a) Bestimmen Sie eine Geradengleichung des Tunnels.

(b) Bestimmen Sie Ebenengleichungen der vier Seitenwände.

(c) Bestimmen Sie die Schnittpunkte des Tunnels mit den Seitenwänden.

(d) Schneidet das Rohr zwei gegenüberliegende Seitenwände?

Hausaufgaben (Abgabe bis 8.1.2019)

6.) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4t \\ 2 & 2 & 4t \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

(a) Geben Sie an, für welche t die Spaltenvektoren der Matrix eine Basis im $\mathbb{R}^3$ bilden.

(b) Geben Sie eine Linearkombination dieser Basisvektoren (abhängig von t) an, sodass Sie den Vektor $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ erhalten.

(jeweils 3 Punkte)

7.) Gegeben seien zwei Vektoren $a,\ b \in \mathbb{R}^n$. Zeigen Sie die Äquivalenz der folgenden Aussagen.

(a) a und b sind linear unabhängig

(b) es existiert ein Indexpaar $i \neq j$ mit $a_i b_j - a_j b_i \neq 0$

(3 Punkte)

8.) Schreiben Sie aufbauend auf den Klassen `VektorRn` und `Punkt` eine Klasse `GeradeR2`, die Geraden im $\mathbb{R}^2$ darstellen soll. `GeradeR2` erbt von der Klasse `AbstrakteEbene` und implementiert das Interface `Hyperebene`.

(a) Für die Klasse `GeradeR2` soll dazu neben den Methoden des Interface Hyperebene auch die Konstruktoren

```
public GeradeR2 (Punkt p1, Punkt p2)

public GeradeR2 (VektorRn n, Punkt p)
```

implementiert werden. Ersterer erzeugt die Gerade anhand der Vorgabe zweier Punkte, letztere anhand der Vorgabe eines Punktes `p` und eines Normalenvektors `n`.

(b) Um das Interface zu implementieren, müssen Methoden zur Berechnung des Normalenvektors als Objekt der Klasse `VektorRn` und der Normalenform als Stringdarstellung implementiert werden.

Testbeispiele und die entsprechenden Ausgaben finden Sie in der Klasse `GeradeR2Test`. Die benötigten Klassen können unter
https://doc.itc.rwth-aachen.de/display/MATSE/Lineare+Algebra+I
gefunden werden. Die Klasse ist so zu erstellen, dass die Testklasse ausführbar ist. Stellen Sie sicher, dass ihre Klasse korrekte Ergebnisse liefert.

(jeweils 3 Punkte)