Benno Willemsen, Louai Ben Yahia, Lars Klöser — FH Aachen, Campus Jülich; IT Center, RWTH Aachen University

Übungsblatt 4 — 24.10.2018

Präsenzaufgaben

1.) Bestimmen Sie die Zerlegung des Vektors $d = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ in die Richtungen der Vektoren $a, b \in \mathbb{R}^2$ wobei $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $b \perp a$, so dass gilt: $d = \alpha a + \beta b$
Versuchen Sie auf ein Lineares Gleichungssystem zu verzichten. (Zeichnerische und rechnerische Lösung!).

2.) Gegeben sind die Vektoren

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ und } b = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie den Projektionsvektor von a auf b und den Vektor $s \in \mathbb{R}^3$, der durch **Spiegelung** von a an b entsteht (Skizze!).

3.) Gegeben sind 2 Vektoren $a, b \in \mathbb{R}^3$. Bestimmen Sie den Vektor p als Projektion von b auf a und dann den Vektor q, die Projektion von p auf b. Berechnen Sie daraus

$$\frac{||q||}{||p||}$$

und vereinfache das Ergebnis so, dass darin nur noch die Vektoren a und b vorkommen. Kann man das Ergebnis geometrisch interpretieren?

4.) Gegeben sei ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit den Seiten $a = \vec{CB}, b = \vec{AC}, c = \vec{AB}$, der Höhe $h = \vec{HC}$ und den Hypothenusenabschnitten $p = \vec{AH}, q = \vec{HB}$. Der rechte WInkel sei an Punkt C. Zeigen Sie, dass gilt:

(a) $< a, a > = < q, c >$

(b) $< h, h > = < p, q >$

Tipp (zu b)): Starten Sie mit folgender Gleichung: $||a + b||^2 = ||c||^2$

Hausaufgaben (Abgabe bis 30.10.2018)

5.) Die drei Freunde Anton, Bernd und Christoph wollen eine gemeinsame Wanderung durchführen. Da sie aus verschiedenen Richtungen anreisen, treffen sie auf 3 verschiedenen Parkplätzen A, B und C ein. Nach Gesprächen mit ihren Handys über den gemeinsamen Treffpunkt macht Christoph folgenden Vorschlag: Da jeder den Standort des anderen kennt, kennt er die genaue Richtung zwischen seinem Standort und den anderen. Jeder geht auf geradem Weg genau auf der mittleren Richtung zwischen den beiden Zielen.

(a) Christoph behauptet, dann würden sie sich alle drei in einem gemeinsamen Punkt treffen. Ist diese Behauptung richtig?

(b) Die drei Freunde gehen mit der gleichen Geschwindigkeit. Welche Ausgangsbedingung muss erfüllt sein, damit sie alle zur gleichen Zeit am Treffpunkt ankommen?

(jeweils 3 Punkte)

6.) Gegeben seien drei Vektoren $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $c = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(a) Berechnen Sie die orthogonale Projektion von a auf b (p_{ab}) sowie von a auf c (p_{ac}).

(b) Aus der Vorlesung ist bekannt, dass $< b, a - p_{ab} >= 0$. Zeigen Sie anhand des Beispiels: $< b + c, a - p_{ab} - p_{ac} >= 0$.

(c) Gilt diese Aussage allgemein für drei Vektoren $a, b, c \in \mathbb{R}^n$? Begründen Sie Ihre Aussage.

(jeweils 3 Punkte)

7.) Erweitern Sie die Klasse `VectorRn` aus den letzten Hausaufgaben um die beiden Methoden

```
public static double getWinkel (VectorRn v1, VectorRn v2)
```

und

```
public static VectorRn projiziereV1AufV2 (VectorRn v1, VectorRn v2).
```

Die Methode `getWinkel` soll den Winkel zwischen den beiden Vektoren `v1` und `v2` (im Bogenmaß) berechnen und zurückgeben. Die Methode `projiziereV1AufV2` soll die orthogonale Projektion des Vektors `v1` auf den Vektor `v2` zurückgegeben, ohne `v1` und `v2` zu verändern.
Werfen Sie wieder Exceptions, wenn die aufgerufene Operation nicht durchführbar ist.

Betrachten Sie die folgenden Testfälle und implementieren Sie diese innerhalb einer Main-Methode innerhalb einer Klasse `VectorRnTest` :
$\vec{a} = (1, 2, 3, 4)^T$, $\vec{b} = (5, 6, 7, 8)^T$, $\vec{c} = (5, 2)^T$, $\vec{d} = (-2, 5)^T$

Eingabe	Ausgabe
$\measuredangle(\vec{a}, \vec{b})$	0.25019592042251176
$\measuredangle(\vec{c}, \vec{d})$	1.5707963267948966 bzw. 90.00
Projektion von $\vec{c}$ auf $\vec{d}$	$(0, 0)^T$

(jeweils 3 Punkte)