

Übungsblatt 10

4.6.2018

Präsenzaufgaben

- 1.) Lösen Sie das folgende überbestimmte Gleichungssystem nach der Methode der kleinsten Quadrate:

$$\begin{aligned} -2x + y &= 3 \\ x - 2y &= 4 \\ 2x + 2y &= 2 \end{aligned}$$

- 2.) **Typische IHK-Aufgabe.** Mit der Wassertiefe ändert sich der Druck, der auf einem im Wasser befindlichen Körper wirkt. Es wird ein Experiment durchgeführt, um den vermuteten Zusammenhang

$$P = \alpha + \beta \cdot d$$

zwischen Wassertiefe d und Druck P zu überprüfen. Es wurden folgende Messwerte aufgenommen:

| | | | | | |
|-------------|---|---|-----|-----|----|
| Wassertiefe | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 |
| Druck | 2 | 4 | 5,5 | 8,5 | 10 |

- (a) Bestimmen Sie die Parameter α und β nach der Methode der kleinsten Quadrate.
(b) Ermitteln Sie mit diesen Werten den Druck in einer Tiefe von 15 Metern.
- 3.) Leiten Sie allgemein die Formeln für den Achsenabschnitt sowie die Steigung einer Ausgleichsgeraden zu n verschiedenen Punkten in der Ebene her. Stellen Sie das lineare Gleichungssystem und die Koeffizientenmatrix auf, bilden Sie die Normalgleichungen und lösen Sie diese.
- 4.) Lösen Sie das LGS $Ax = b$ mittels Cramerscher Regel.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ -1 & -2 & 7 \\ 0 & 10 & -5 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ -6 \end{pmatrix}$$

5.) Gegeben seien die Messpunkte (t_i, y_i) mit $i = 1, \dots, 5$:

$$(1; -27), (2; -144), (3; -227), (4; -192), (5; 69)$$

Stellen Sie die (überbestimmten) Gleichungssysteme für die unbekannt Parameter a, b, c, d, e auf, wenn folgende Beziehungen zwischen den y und den t gelten:

(a) $y = a$

(b) $y = a + b \cdot t$

(c) $y = a + b \cdot t + c \cdot t^2$

(d) $y = a + b \cdot t + c \cdot t^2 + d \cdot t^3 + e \cdot t^4$

und bestimmen Sie die Parameter nach der Methode der kleinsten Quadrate. Fertigen Sie eine Skizze.

Hausaufgaben (Abgabe bis 10.6.2018)

- 6.) Matse Maik plant eine Cafeteria und unterhält sich mit verschiedenen Freunden bzgl. angemessener Preise. Es werden Kuchen und Kaffee verkauft. Er hat in Erinnerung letz- tens für zwei Kaffee und ein Stück Kuchen 3 Euro bezahlt zu haben. Zwei Freundinnen erzählen ihm für einen Kaffee und zwei Stücke Kuchen 3,50, bzw, für zwei Kaffee und drei Stücke Kuchen 4 Euro bezahlt zu haben.

Berechnen Sie Preise, die möglichst wenig von den erfragten Preisen abweichen.

- 7.) Bei einer Messreihe ergeben sich die folgenden Ergebnisse.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Geben sie Polynome von Grad 1 und 2 an, die die gegebenen Punkte bestmöglich approximieren.
- (b) Es wird vermutet, dass die Approximation besser wird, je höher der Grad des Po- lynoms ist. Als Approximationspolynom vom Grad 3 wird $p(x) = -\frac{1}{6}x^3 + \frac{7}{6}x$ bestimmt. Zeichnen Sie die Punkte und alle berechneten Approximationspolynome in einen Graphen. Stimmen Sie der Vermutung zu?
- 8.) **Typische IHK-Aufgabe.** Eine Messreihe ergibt zu den Zeiten $t = 1, 2, 3, 4, 5$ in Se- kunden folgende Temperaturwerte:

| | | | | | |
|----------------|-----|-----|------|------|------|
| t Sekunden | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $y(t)^\circ C$ | 0,9 | 5,8 | 11,4 | 12,1 | 12,9 |

Stellen Sie das (überbestimmte) Gleichungssystem für die unbekanntnen Parameter a und b auf und bestimmen Sie diese nach der Methode der kleinsten Quadrate, wenn folgende Beziehung zwischen y und t gilt:

$$y(t) = a \cdot t + b \cdot \sin\left(-t \cdot \frac{\pi}{2}\right)$$