Benno Willemsen, Jürgen Dietel, Lars Klöser — FH Aachen, Campus Jülich; IT Center, RWTH Aachen

Übungsblatt 8 — 22.5.2018

Präsenzaufgaben

1.) Berechnen Sie mittels Gauß-Algorithmus die Folgenden Determinanten:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & a \\ b & 0 & a & 2 \\ 2 & 2 & 1 & -1 \\ -b & 0 & -a & 3 \end{vmatrix}$$

2.) Lesen und verstehen Sie **Satz 6.6**.
Es sei $Ax = b$ ein LGS, $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ und $x, b \in \mathbb{R}^n$. In welche Richtung gilt die folgende Äquivalenz und in welche nicht? Begründen Sie ihre Antwort.

$$rg(A) = n \Leftrightarrow rg(A) = rg(A, b)$$

Bestimmen Sie zu $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$: $rg(A)$ und $rg(A, b)$. Geben Sie die Lösungsmenge $\mathcal{L}$ des LGS $Ax = b$ an.

Hausaufgaben (Abgabe bis 27.05.2018)

3.) Im Folgenden gelte:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2\epsilon & 2\epsilon \\ 1 & 2\epsilon & -\epsilon \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 4+3\epsilon \\ 6\epsilon \\ 2\epsilon \end{pmatrix}, \epsilon \in \mathbb{R}$$

(a) Wann hat das LGS $Ax = b$ eine eindeutige Lösung?

(b) Bestimmen Sie für die jeweiligen ϵ-Werte $rg(A)$ und $rg(A, b)$. Deuten Sie das Ergebnis hinsichtlich Lösbarkeit und geben Sie die Lösungsmenge an.

4.) Bestimmen Sie, für welche $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $b \in \mathbb{R}$ das lineare Gleichungssystem mit der Koeffizientenmatrix

$$\begin{pmatrix} a & 0 & b \\ a & a & 4 \\ 0 & a & 2 \end{pmatrix}$$

und der rechten Seite $\begin{pmatrix} b \\ 1 \\ a \end{pmatrix}$ lösbar ist und berechnen Sie die Lösungen.

5.) Es seien A eine $n \times n$-Matrix und B eine $m \times m$-Matrix. Die Matrix C ist gegeben durch

$$C = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix},$$

wobei C eine $((n+m) \times (n+m))$-Matrix ist, bei der die Matrix A links oben und die Matrix B rechts unten steht und die restlichen Plätze mit Nullen aufgefüllt sind. Zeigen Sie für $n = 1$ und $n = 2$, dass gilt:

$$\det(C) = \det(A) \cdot \det(B).$$