Aufgaben zur Veranstaltung
Lineare Algebra 1, WS 2017/2018

Benno Willemsen, Jürgen Dietel, Lars Klöser FH Aachen, Campus Jülich; IT Center, RWTH Aachen University

Übungsblatt 3 25.10.2017

Präsenzaufgaben

1.) Bestimmen Sie die Zerlegung des Vektors $\vec{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ in die Richtungen $\vec{a}$ und $\vec{b}$, wobei $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} \perp \vec{a}$, so dass gilt: $\vec{d} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$
Versuchen Sie auf ein Lineares Gleichungssystem zu verzichten. (Zeichnerische und rechnerische Lösung!).

2.) Gegeben sind die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie den Projektionsvektor von $\vec{a}$ auf $\vec{b}$ und den Vektor $\vec{s}$, der durch **Spiegelung** von $\vec{a}$ an $\vec{b}$ entsteht (Skizze!).

3.) (a) Wie kann man $\sum_{k=1}^{n} a_k$ als Skalarprodukt des Vektors $\vec{a} = (a_1, ..., a_n)$ mit einem Vektor $\vec{b}$ darstellen? Wie muss dieser Vektor $\vec{b}$ aussehen?

(b) Beweisen Sie, dass gilt:

$$\left| \sum_{k=1}^{n} a_k \right| \leq \sqrt{n} \left(\sum_{k=1}^{n} {a_k}^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

Hinweis: Benutzen Sie Teil a) und die Schwarzsche Ungleichung.

4.) **Typische IHK-Aufgabe.** Ein Hochhaus-Fallschirmspringer (Base Jumper) springt von einem 21 Meter hohen Hochhaus in nordöstliche Richtung. Seine Flugbahn beschreibt eine Gerade. Seine Geschwindigkeit ist konstant; pro Sekunde fällt der Artist $\sqrt{2}$ Meter in Richtung Nordost und 2 Meter in die Tiefe. Das Podest, auf dem der Fallschirmspringer landen soll, hat einen Radius von 3 Metern und ist 1 Meter hoch. Die Mitte des Podests befindet sich von der Hausecke, von wo der Artist springt, gesehen, 11 Meter in östlicher und 10 Meter in nördlicher Richtung. Hinweis: Führen Sie ein geeignetes Koordinatensystem ein.

(a) Bestimmen Sie darin die Koordinaten der wesentlichen Punkte:

- Absprungstelle,
- Mittelpunkt des Podests und

- Landepunkt auf dem Podest.

(b) Welche Strecke legt der Artist im Flug zurück?

(c) Wie lange dauert der Flug?

(d) Wie groß ist die Geschwindigkeit des Fallschirmspringers?

5.) Gegeben ist das folgende Quadrat

x_1	x_2
x_3	x_4

mit 4 unbekannten Werten x_k mit $k = 1, .., 4$. Bekannt sind nur die beiden Zeilensummen und die beiden Spaltensummen.

(a) Stellen Sie fest, ob Sie mithilfe dieser 4 Bedingungen die 4 unbekannten Werte x_k mit $k = 1, .., 4$ eindeutig bestimmen können.
Hinweis: Ordnen Sie die 4 Gleichungen so, dass Sie möglichst wenige Umformungen bei Anwendung des Gauß-Algorithmus vornehmen müssen.

(b) Gegeben sind die 4 Werte der Zeilensummen beginnend von oben nach unten und der Spaltensummen beginnend von links nach rechts durch 10, 7, 5 und 12. Außerdem ist die Summe der Diagonalelemente (d.h. $x_1 + x_4$) gleich 4. Bestimmen Sie jetzt die unbekannten Werte x_1 bis x_4, falls dies (eindeutig) möglich ist.

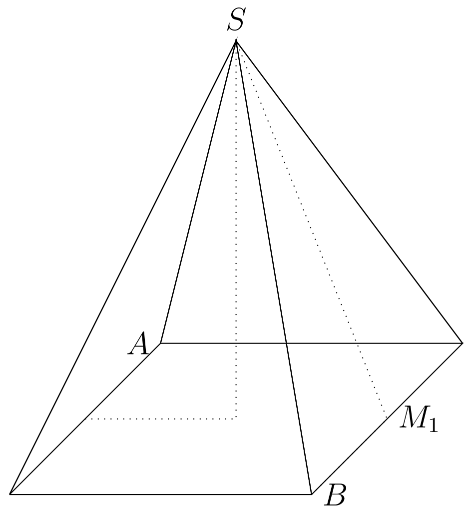
Hausaufgaben (Abgabe bis 1.11.2017)

7.) Gegeben sind die 4 Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Projektionen von $\vec{d}$ auf $\vec{a}$, von $\vec{d}$ auf $\vec{b}$ und von $\vec{d}$ auf $\vec{c}$ und bilden Sie die Summe dieser Projektionen. Deuten Sie das Ergebnis.

8.) Gegeben sei eine Pyramide mit quadratischer Grundfläche (vgl. Skizze). Weiter gilt $\vec{BS} = \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 20 \end{pmatrix}$. A liegt im Ursprung und die Kanten der Grundfläche verlaufen entlang der Koordinatenachsen.



Berechnen Sie die Oberfläsche und das Volumen der Pyramide. Nutzen Sie zur Lösung der Aufgabe die orthogonale Projektion.

9.) Erweitern Sie die Klasse `VectorRn` aus der letzten Hausaufgabe um die Methode

```
public boolean isParallel (VectorRn v2)
```

`isParallel` soll dabei prüfen, ob der `this`-Vektor und der Vektor `v2` parallel zueinander sind. Wenn dies der Fall ist, soll die Methode `true` zurückgeben, sonst `false`. Werfen Sie im Falle nicht konsistenter Dimensionen wieder eine `Exception`.

Betrachten Sie die folgenden Testfälle:
$\vec{a} = (1,2,3,4)^T$, $\vec{b} = (5,6,7,8)^T$, $\vec{c} = (1,2)^T$, $\vec{d} = (15,18,21,24)^T$,

Eingabe	Ausgabe
$\vec{a} \parallel \vec{b}$	false
$\vec{a} \parallel \vec{c}$	Exception
$\vec{b} \parallel \vec{d}$	true