Aufgaben zur Veranstaltung
Tutorium Analysis 1, SS 2017

Yvonne Albrecht, Mario Grunwald, Marcel Nellesen — FH Aachen, Campus Jülich; IT Center, RWTH Aachen

Integrationsmethoden & Berechnung von Flächen/ Länge von Kurven/ Mantelflächen/ Rotationsvolumen

1.) Berechnen Sie die Integrale:

a) $\int \frac{1}{(x+1)^2}\,dx$ b) $\int \frac{1}{1+x^2}\,dx$ c) $\int \left(\sqrt{x}+\frac{1}{x}\right)\,dx$

d) $\int \frac{x}{1+x^2}\,dx$ e) $\int \frac{1+x}{1+x^2}\,dx$ f) $\int \frac{1}{1-x^2}\,dx$ g) $\int \sqrt{1+2x}\,dx$

h) $\int \frac{(x^2+1)^2+x}{x(x^2+1)}\,dx$ i) $\int \frac{1}{x(x+1)}\,dx$

2.) Berechnen Sie die folgenden Integrale mit einer geeigneten Methode.

a) $\int \sin(x)\cdot\cos(x)\,dx$

b) $\int \frac{x^3+9x^2+12x-16}{x^2+2x-3}\,dx$

c) $\int \frac{\sin(x)}{\sqrt{5+\cos(x)}}\,dx$

d) $\int \frac{x+2}{x^3-2x^2+x}\,dx$

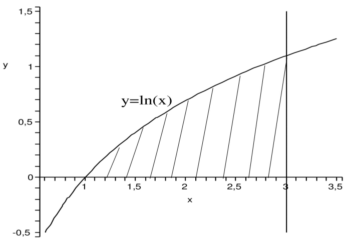
e) $\int\limits_1^2 \frac{x^2-\sqrt{x}+1}{x}\,dx$

f) $\int (x^2+3x+5)\cos(2x)\,dx$

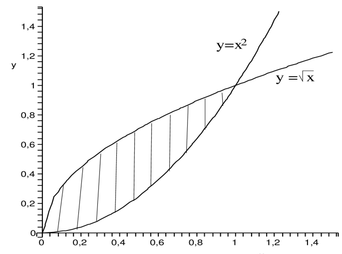
g) $\int \frac{1}{\sqrt{x}+1}\,dx$

h) $\int \frac{3x^2+1}{(x^2-1)^3}\,dx$

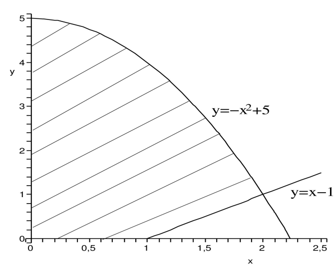
3.) Berechnen Sie folgende Flächen



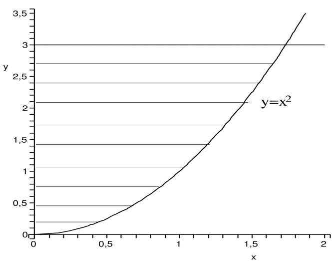
a)



b)



c)



d)

4.) Skizzieren und berechnen Sie die Flächen, die zwischen folgenden Kurven liegen:

a) $y = 6 - x, \quad y = \frac{5}{x}$

b) $y = x, \quad y = \frac{x}{16}, \quad y = \frac{1}{x}, \quad x \geq 0$

c) $y \leq \sqrt{x}, \quad y \geq \sqrt{3}(x-2), \quad y \geq 0$

d) $y = \sqrt{x}, \quad y = x^3$

5.) Berechnen Sie die Länge der Kurve folgenden Funktion:

$$f(x) = x\sqrt{x}$$

zwischen den Punkten $A = (1;1)$ und $B = (4;8)$

6.) Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{x^2 + 4}$$

a) Der Graph zu f begrenzt mit den Koordinatenachsen und der senkrechten Geraden mit der Gleichung $x = 4$ eine Fläche.
Bestimmen Sie das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht, wenn diese Fläche um die $x-$Achse rotiert.

b) Berechnen Sie den Inhalt der Mantelfläche des Drehkörpers.

7.) Um eine Designer-Glasschale in großen Mengen zu produzieren, soll der Materialverbrauch pro Schale ermittelt werden. Die Glasschale lässt sich als Rotationskörper um die $x-$Achse mit den Randfunktionen f und g beschreiben:

$$f(x) = \sqrt{x-1} \text{ im Intervall } [1;5]$$

$$g(x) = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4} \text{ im Intervall } [0;5]$$

Bestimmen Sie das Volumen der Designer-Glasschale.