Benno Willemsen, Birgit Decker, Lars Klöser FH Aachen, Campus Jülich; IT Center, RWTH Aachen University

Übungsblatt 3 26.10.2016

Präsenzaufgaben

1.) Bestimmen Sie die Zerlegung des Vektors $\vec{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ in die Richtungen $\vec{a}$ und $\vec{b}$, wobei $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} \perp \vec{a}$, so dass gilt: $\vec{d} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$
(Zeichnerische und rechnerische Lösung!).

2.) (a) Wie kann man $\sum\limits_{k=1}^{n} a_k$ als Skalarprodukt des Vektors $\vec{a} = (a_1, ..., a_n)$ mit einem Vektor $\vec{b}$ darstellen? Wie muss dieser Vektor $\vec{b}$ aussehen?

(b) Beweisen Sie, dass gilt:

$$\left| \sum_{k=1}^{n} a_k \right| \leq \sqrt{n} \left(\sum_{k=1}^{n} {a_k}^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

Hinweis: Benutzen Sie Teil a) und die Schwarzsche Ungleichung.

3.) Durch 4 Punkte A, B, C und D ist ein beliebiges Viereck im $\mathbb{R}^n$ gegeben. Man zeige: Verbindet man die Mittelpunkte der benachbarten Seiten $\overline{AB}$ und $\overline{AD}$ bzw. $\overline{BC}$ und $\overline{CD}$, dann sind diese Strecken parallel. Fertigen Sie eine Skizze an.

4.) Skizzieren Sie die Lage aller Punkte der Form

$$X = A + \alpha B, \qquad A = (-1; 2), \qquad B = (3; 2) \qquad \forall \alpha \in \mathbb{R}.$$

Hausaufgaben (Abgabe bis 01.11.2016)

5.) Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie die beiden Vektoren $\vec{x}$ und $\vec{y}$ derart, dass

$$\vec{a} = \vec{x} + \vec{y},$$

wobei $\vec{x}$ parallel zu $\vec{b}$ und $\vec{y}$ orthogonal zu $\vec{b}$ ist, d.h. $\vec{x} || \vec{b}$ und $\vec{y} \perp \vec{b}$

6.) Zeigen Sie mit Hilfe der Vektorrechnung: Die Diagonalen eines Parallelogramms halbieren sich gegenseitig.

7.) Gegeben sind die Vektoren

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Bestimmen Sie den Projektionsvektor von $\vec{a}$ auf $\vec{b}$ und den Vektor $\vec{s}$, der durch **Spiegelung** von $\vec{a}$ an $\vec{b}$ entsteht (Skizze!).

8.) Erweitern Sie die Klasse `VectorRn` aus der letzten Hausaufgabe um die Methode

```
public boolean isParallel (VectorRn v2)
```

`isParallel` soll dabei prüfen, ob der `this`-Vektor und der Vektor `v2` parallel zueinander sind. Wenn dies der Fall ist, soll die Methode `true` zurückgeben, sonst `false`. Werfen Sie im Falle nicht konsistenter Dimensionen wieder eine `Exception`.

Betrachten Sie die folgenden Testfälle:
$\vec{a} = (1, 2, 3, 4)^T$, $\vec{b} = (5, 6, 7, 8)^T$, $\vec{c} = (1, 2)^T$, $\vec{d} = (15, 18, 21, 24)^T$,

Eingabe	Ausgabe
$\vec{a} \parallel \vec{b}$	false
$\vec{a} \parallel \vec{c}$	Exception
$\vec{b} \parallel \vec{d}$	true