

RECHEN- UND KOMMUNIKATIONSZENTRUM
DER RWTH AACHEN,
Prof. Horst Schäfer

Klausur zu Statistik, SS 2004 am 08.06.2004

Name:

Vorname:

Matr.-Nr.:

Kenn-Nummer:

Unterschrift:

		max. Punktzahl
Aufgabe 1)	<input type="text"/>	(6)
Aufgabe 2)	<input type="text"/>	(6)
Aufgabe 3)	<input type="text"/>	(6)
Aufgabe 4)	<input type="text"/>	(6)
Aufgabe 5)	<input type="text"/>	(6)
Aufgabe 6)	<input type="text"/>	(6)
Aufgabe 7)	<input type="text"/>	(6)
Aufgabe 8)	<input type="text"/>	(6)
Gesamtpunkte:	Note:	

Aufgabe 1

In einer Stadt wurde die Verteilung der dort ansässigen 100 Betriebe hinsichtlich ihrer Umsätze im letzten Jahr untersucht. Das sich dabei ergebende Histogramm (bezogen auf die relativen Häufigkeiten) hat die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Rechteckshöhen $r_i, i = 1, 2, 3$.

i	Umsatzklasse (in Mill. Euro) K_i	Rechteckshöhe r_i
1	0 - 0,5	1,28
2	0,5 - 1,0	0,64
3	1,0 - 5,0	0,01

- a.) Bestimmen Sie die Anzahl der Betriebe in den drei Umsatzgruppen.
- b.) Berechnen Sie (mittels linearer Interpolation) den Median.

Aufgabe 2

Zehn Wagen parken zufällig in vier großen Parkbereichen, d.h. jeder Fahrer wählt unabhängig von den anderen rein zufällig einen Parkbereich aus. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

- a.) in dem ersten Parkbereich keine Wagen abgestellt werden?
- b.) in den ersten beiden Parkbereichen jeweils 2 und in den anderen beiden jeweils 3 Wagen abgestellt werden?
- c.) mindestens 2 Wagen in jedem Parkbereich abgestellt werden?

Aufgabe 3

Aufgrund der Untersuchung des Familienstammbaums einer Frau weiß man, dass sie mit 50%-iger Wahrscheinlichkeit Träger der Blutkrankheit Hämophilie ist. Falls sie ein Träger ist, dann werden ihre Söhne die Krankheit unabhängig voneinander jeweils mit 50%-iger Wahrscheinlichkeit ererben. Falls sie kein Träger ist, kann auch kein Sohn die Krankheit ererben.

- a.) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ihr erster Sohn nicht erkranken?
- b.) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ihr zweiter Sohn nicht erkranken?
- c.) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird auch ihr zweiter Sohn nicht erkranken, wenn ihr erster Sohn nicht erkrankt ist?

Aufgabe 4

Die Zufallsgröße $X =$ Lebensdauer eines bestimmten Maschinentyps sei durch folgende Dichtefunktion beschreibbar:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda^2 \cdot x \cdot e^{-\lambda x} & ; \text{ falls } x \geq 0 \\ 0 & ; \text{ sonst} \end{cases}$$

- a.) Man berechne die Verteilungsfunktion der Lebensdauer.
- b.) Man berechne die Wahrscheinlichkeit, mit der die Lebensdauer einer Maschine diesen Typs kleiner als die mittlere Lebensdauer $\mu = E[X] = \frac{2}{\lambda}$ ist.

Aufgabe 5

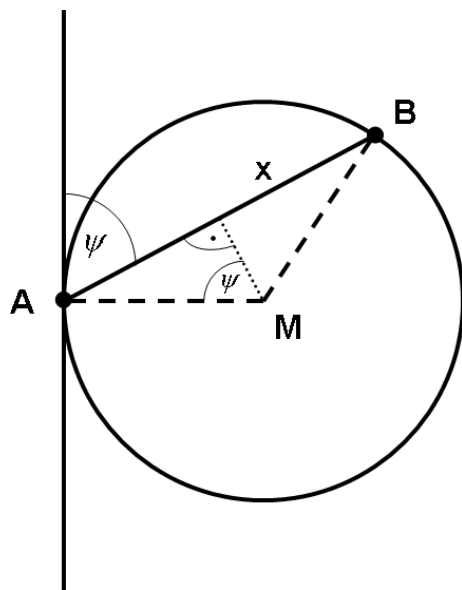
Die von einer Anlage in Flaschen abgefüllte Menge Zitronenlimonade X sei normalverteilt mit den Parametern $\mu = 0,7l$ und $\sigma^2 = (0,01l)^2$, d.h. sie besitzt die Dichtefunktion

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 0,01} \exp\left(-\frac{(x - 0,7)^2}{0,0002}\right) .$$

- a.) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind mindestens $0,7l$ in einer Flasche?
- b.) Berechnen Sie die Varianz, wenn die Abfüllmenge normalverteilt ist mit $\mu = 0,7l$ und 95% der Abfüllmenge zwischen $0,69l$ und $0,71l$ liegen soll.

Aufgabe 6

Durch den Punkt A eines Kreises vom Radius r wird zufällig eine Sehne so gezogen, dass alle Sehnenrichtungen gleichwahrscheinlich sind. Der Winkel ψ in der Abbildung ist eine der möglichen Realisationen der Zufallsgröße Ψ (zufällige Sehnenrichtung). Man bestimme den Erwartungswert der Zufallsgröße $X = \text{Sehnenlänge}$.



Aufgabe 7

Für die Verteilung aus **Aufgabe 4** bestimme man die Maximum-Likelihood-Schätzung für λ .

Aufgabe 8

Die durchschnittliche Länge von Metallstiften soll geschätzt werden. Eine Stichprobe vom Umfang 36 liefert eine mittlere Länge von $\bar{x} = 38,5$ mm. Aus früheren Untersuchungen sei bekannt, dass die Länge der Metallstifte normalverteilt ist und die produzierende Maschine mit einer Standardabweichung von $\sigma = 1,8$ mm arbeitet.

- a.) Geben Sie ein Konfidenzintervall zum Niveau 0,95 für die erwartete Metallstiftlänge an.
- b.) Welchen Umfang muss eine Stichprobe haben, damit das Konfidenzintervall zum Niveau 0,95 für die mittlere Stiftlänge höchstens halb so breit ist, wie das unter a.) berechnete? (Praktisch keine Rechnung erforderlich!)

p	u_p	p	u_p
0,90	1,282	0,1	- 1,282
0,95	1,645	0,05	- 1,645
0,975	1,960	0,025	- 1,960
0,99	2,326	0,01	- 2,326
0,995	2,576	0,005	- 2,576
0,999	3,090	0,001	- 3,090