

Aufgaben zur Veranstaltung Tutorium Analysis 1, SS 2016

Yvonne Nix, Lars Klöser

FH Aachen, Campus Jülich; IT Center, RWTH Aachen

Komplexe Zahlen

1.) Berechnen Sie :

$$a) z = \frac{|i-3| + i \cdot \operatorname{Im}(2+3i)}{(1+i)^2}$$

$$b) z = \frac{(3-i) \cdot \operatorname{Im}(1-3i)}{\overline{(2-i)}}$$

$$c) z = \frac{|4i-3| + i \cdot \operatorname{Im}(1-2i)}{3+4i}$$

$$d) z = |\sqrt{7} + \sqrt{2}i| \cdot i^7 - i^3 \cdot (6i + |-3i|)$$

Hinweis: $|a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$; $i^2 = -1$

2.) Berechnen Sie :

$$a) \operatorname{Re}(z), \operatorname{Im}(z), z^2 \text{ und } |z|^2 \text{ von } z = \frac{i+3}{2i-4}$$

$$b) \operatorname{Re} \left(\left(\frac{|i+\sqrt{2}| + 3i\sqrt{5}}{6-i \cdot \operatorname{Im}(\overline{7+3i})} \right)^9 \right)$$

$$c) \operatorname{Re} \left(\frac{|3+4i|}{2-i} \cdot (1+i)^{17} \right)$$

3.) Berechnen Sie:

$$a) z^{10} + 2 = 2z^5$$

$$b) z^8 + 4 = (4 + 2i)z^4 - 4i$$

$$c) z^3 + 1 = \frac{i}{z^3} + i$$

4.) Berechnen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für die gilt:

$$a) z^6 = 1$$

$$b) z^3 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (1 - i)$$

$$c) z^4 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

5.) Mit Hilfe der Polarkoordinatendarstellung berechnen Sie:

$$a) z = (i + \sqrt{3})^{10}$$

$$b) z = \left(\frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{31}$$

6.) Berechnen Sie

$$a) z = (1 + i)^{1002}$$

$$b) z = \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}} \right)^{100}$$

7.) Berechnen Sie alle Nullstellen des Polynoms $z^3 - 2z^2 + z - 2 = 0$.

Hinweis: Eine Nullstelle könnte ein Faktor von 2 sein.

8.) Eine Nullstelle des Polynoms $z^4 + z^3 + 2z^2 + z + 1 = 0$ ist $z = i$. Berechnen Sie die restlichen 3 Nullstellen.

Hinweis: Alle Koeffizienten des Polynoms sind reell.