

Aufgaben zur Veranstaltung Tutorium Analysis 1, SS 2016

Yvonne Nix, Lars Klöser

FH Aachen, Campus Jülich; IT Center, RWTH Aachen

Wert einer Reihe, (alternierende) Reihen und Konvergenz

1.) Bestimmen Sie die Summen der folgenden Reihen - falls sie existieren:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{7^k} & \text{b)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^{k+3^k}}{6^k} & \text{c)} \sum_{k=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{2^k}\right) & \text{d)} \sum_{k=-3}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k \\ \text{e)} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^{k+3} & & & \end{array}$$

2.) Berechnen Sie den Wert der Reihe

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{4}{k^2 + 8k + 12}$$

3.) Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten folgender Reihen:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^3}{2^k} & \text{b)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k^k} & \text{c)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k!}{(2k)!} & \text{d)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{7^k + 11^k}{13^k + 17^k} \end{array}$$

4.) Folgende Reihen sind auf Konvergenz zu untersuchen:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{k}{k+1}\right)^k & \text{b)} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{k+1}{k+2}\right)^{k^2} & \text{c)} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{14}{5k}\right)^k \cdot k! & \text{d)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k \cdot (-1)^k}{2+3^k} \\ \text{e)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^k}{k!} & \text{f)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\sin k)^3}{2k^2 + \cos k} & & \end{array}$$

5.) a) Konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin n}{\sqrt{n}}\right)^n$$

b) Für welche x konvergiert die Reihe? (Ränder nicht vergessen)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-4}{n}\right)^n (x+1)^n$$

6.) Mit Hilfe des Leibniz-Kriteriums untersuche man :

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k+1)^{k-1}}{(-k)^k} & \text{b)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2\sqrt{k+3}} \end{array}$$

7.) Untersuchen Sie auf Konvergenz und absolute Konvergenz :

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \sum_{k=0}^{\infty} ((-1)^k + 1) & \text{b)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k^3} & \text{c)} \sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt{k-\sqrt{k}}} \end{array}$$