

1. Wiederholung - Relationen

- 1.) a) Nennen Sie die Eigenschaften einer Äquivalenzrelation.
b) Zeigen Sie, dass die Relation

$$R := \{(a, a); (a, b); (b, b); (b, a); (c, c)\}$$

eine Äquivalenzrelation auf der Menge $M := \{a, b, c\}$ ist.

- c) Geben Sie alle Äquivalenzklasse an.

- 2.) Welche der folgenden Relationen auf der Menge $M = \{1, 2, 3, 4\}$ ist eine Äquivalenzrelation? Zeichnen Sie die gerichteten Graphen und geben Sie die Äquivalenzklassen an. Ergänzen Sie gegebenenfalls die entsprechende Relation zur Äquivalenzrelation.

a) $R_1 = \{(2, 2); (2, 3); (2, 4); (3, 2); (3, 3); (3, 4)\}$

b) $R_2 = \{(1, 1); (1, 2); (2, 1); (2, 2); (3, 3); (4, 4)\}$

c) $R_3 = \{(2, 4); (4, 2)\}$

- 3.) Es sei \sim eine Relation auf \mathbb{N} , welche für $a, b \in \mathbb{N}$ wie folgt gegeben ist:

$$a \sim b \Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{Z} : a - b = 2n.$$

Zeigen Sie, dass \sim eine Äquivalenzrelation ist und bestimmen Sie die entsprechenden Äquivalenzklassen.