

MAGMA GmbH

Beschreibung der mechanischen Eigenschaften von Elastomeren während der Vulkanisierung

Seminararbeit

Jonas Lanz
15.12.2019

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis.....	1
Eidesstattliche Erklärung.....	2
Einleitung	3
Motivation.....	3
Zielsetzung	3
Umsetzung	3
Ergebnis.....	3
Stand der Technik	4
Spritzgießen	4
Elastomere	5
Messverfahren zur Erfassung der Vulkanisierung	6
Vernetzung.....	7
Degradation	8
Vorgehen.....	9
Aufbereitung der Messdaten	9
Deng-Isayev-Modell	12
Friedmann-Modell	13
Downhill-Simplex-Verfahren.....	14
Fittien der Modelle anhand von Messkurven.....	15
Kombinieren der Vernetzung und der Degradation	16
Neufitten des kombinierten Modells.....	18
Fitten des freien Parameters m	20
Auswahl des Startwertes m_0	22
Fazit.....	23
Quellenverzeichnis.....	24

Eidesstattliche Erklärung

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die Seminararbeit mit dem Thema

Beschreibung der mechanischen Eigenschaften von

Elastomeren während der Vulkanisierung

selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe, alle Ausführungen, die anderen Schriften wörtlich oder sinngemäß entnommen wurden, kenntlich gemacht sind und die Arbeit in gleicher oder ähnlicher Fassung noch nicht Bestandteil einer Studien- oder Prüfungsleistung war.

Ich verpflichte mich, ein Exemplar der Seminararbeit fünf Jahre aufzubewahren und auf Verlangen dem Prüfungsamt des Fachbereiches Medizintechnik und Technomathematik auszuhändigen.

Name: Jonas Lanz

Aachen, den 15.12.2019

Jonas Lanz

Unterschrift der Studentin / des Studenten

Einleitung

Motivation

Immer mehr Produkte werden aus Kunststoffen hergestellt. Eines der wichtigsten Verfahren dafür ist das Spritzgießen. Neben funktionalen Anforderungen ist in der Massenproduktion die Effizienz besonders wichtig. Man möchte schnell und kostengünstig produzieren.

Es gibt verschiedene Arten von Kunststoffen. In dieser Arbeit werden nur die Elastomere betrachtet. Elastomere sind vor dem Spritzgießen noch flüssig bei Raumtemperatur. In der Form wird das Elastomer durch Hitze gefestigt, wobei sich Brücken zwischen den einzelnen Polymerketten bilden. Diesen Vorgang nennt man Vulkanisation. Je höher die Temperatur ist, desto schneller ist dieser Prozess. Übersteigt die Temperatur eine kritische Schranke, kann der Werkstoff thermisch geschädigt werden, man spricht von Degradation. Tritt zu viel Degradation auf, kann das Bauteil nicht mehr verwendet werden. Eine Simulation hilft dabei, die optimale Temperatur und die benötigte Zeit zur Herstellung eines Bauteils zu finden. In dieser Arbeit geht es darum die Vulkanisation zu modellieren.

Zielsetzung

Die Vulkanisation besteht aus der Bildung der Polymerketten (Vernetzung) und deren Zerstörung (Degradation). Diese beiden Prozesse können in der Software SIGMASOFT bereits separat modelliert werden. Um die Vulkanisation zu modellieren, müssen die beiden Größen Vernetzungsgrad und Degradationsgrad zu einem Ergebnis kombiniert werden.

Umsetzung

1. Messdaten aufbereitet und daraus Vernetzungs- und Degradationskurve berechnet
2. Vernetzungsgrad und Degradation in einem Modell der Vulkanisation kombiniert
3. Das neue Modell an die Messdaten gefittet

Ergebnis

Es wurde ein Modell für die Beschreibung des Vulkanisationsgrades erarbeitet, das sowohl Vernetzung und Degradation berücksichtigt.

Wird dieses Modell jeweils mit den Parametern der Modelle für Vernetzung und Degradation initialisiert, weicht das Modell um ca. 8% von den Messdaten ab. Durch eine Erweiterung des Degradationsmodells und erneutes Fitten konnte die Abweichung auf 2% reduziert werden. Somit kann die Vulkanisation mit guter Qualität abgebildet werden.

Stand der Technik

Spritzgießen

Das Spritzgießen [1] gehört zu den Urformverfahren und wird hauptsächlich zur Produktion mit Kunststoffen genutzt. In Abbildung 1 sieht man den generellen Aufbau einer Spritzgießmaschine.

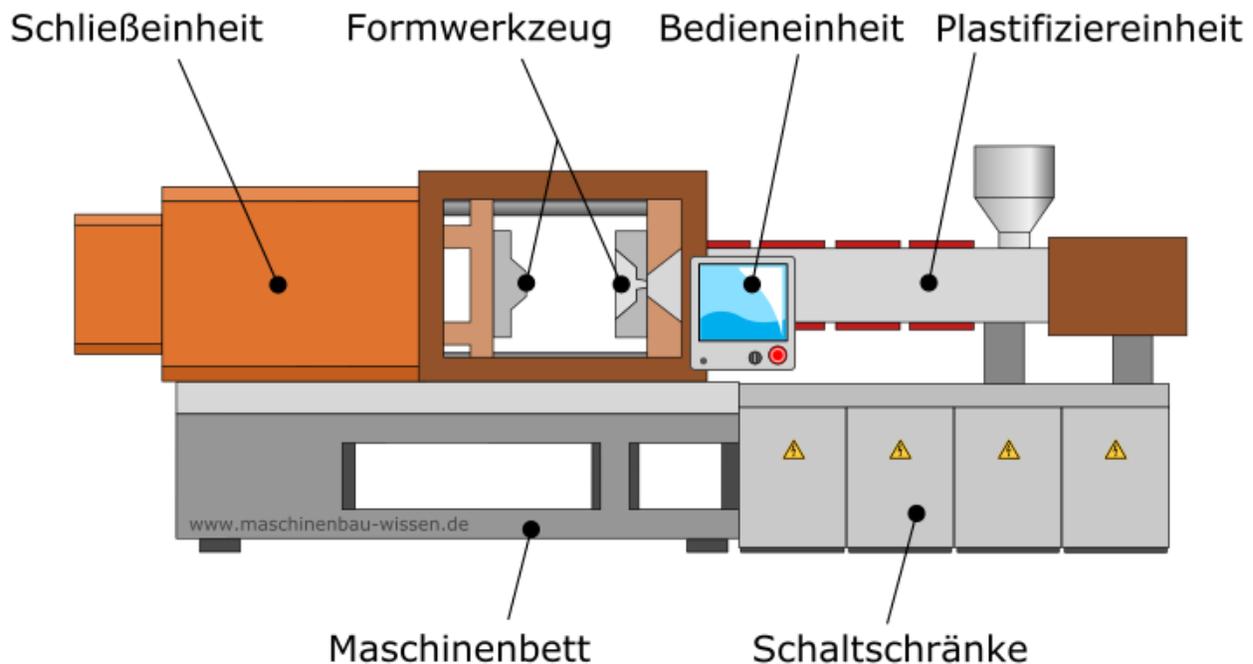


Abbildung 1: Aufbau einer Spritzgießmaschine [2]

In der Plastifiziereinheit wird der Kunststoff verdichtet und homogenisiert. Dies geschieht durch die Rotation einer Schnecke im inneren der Einheit. Wenn der Kunststoff dicht genug ist, wird er unter hohem Druck durch eine Düse in das Formwerkzeug geschossen. Die Einheit wird temperiert, um ein vorzeitiges Aushärten des Kunststoffes zu verhindern.

Das Formwerkzeug ist ein Negativ des Produktes. Es besteht aus zwei Hälften, damit das fertige Produkt entnommen werden kann. Die Schließereinheit öffnet und schließt das Formwerkzeug. Dazu können elektrische oder hydraulische Antriebssysteme genutzt werden. Ein einziges Formwerkzeug kann für mehrere Millionen Güsse genutzt werden. Um den Kunststoff auszuhärten, muss das Formwerkzeug temperierbar sein. Die Temperatur sollte dabei konstant sein, damit eine gute Qualität des Bauteils garantiert werden kann.

An der Bedieneinheit können alle relevanten Parameter gesteuert werden. Dazu gehören beispielsweise die Temperatur des Materials und der Druck beim Einspritzen. Gegebenenfalls können auch Werte, wie zum Beispiel die Temperatur des Formwerkzeuges, ausgelesen werden.

Elastomere

Es gibt 3 Arten von Kunststoffen, die man Spritzgießen kann: Thermoplaste, Duroplaste und Elastomere. Im Rahmen dieser Arbeit werden nur Elastomere behandelt.

Elastomere [3] zeichnen sich dadurch aus, dass sie verformbar sind, aber immer in ihre Ursprungsform zurückfinden. Kunststoffe bestehen aus lange Molekülketten. Diese können sich verdrehen. Bei Elastomeren ist diese Eigenschaft so stark ausgeprägt, dass sich Polymerknäule (Abbildung 2) bilden können.

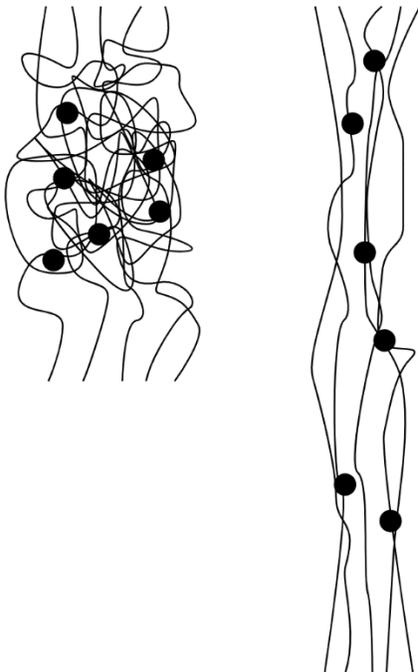


Abbildung 2: Polymerknäul [4]

Zieht man an dem Elastomer, strecken sich die Ketten in Richtung der Zugkraft. Wenn man wieder loslässt, ziehen sich die Knäule wieder zusammen. Um diese Polymerknäule zu erzeugen, muss das Elastomer erhitzt werden. Diesen Vorgang nennt man Vulkanisation.

Messverfahren zur Erfassung der Vulkanisierung

Um den Grad der Vulkanisierung zu messen, benutzt man ein sogenanntes Rheometer. Es gibt verschiedene Arten von Rheometern. Das meistgenutzte ist das Kegel-Platte-Rheometer [5].

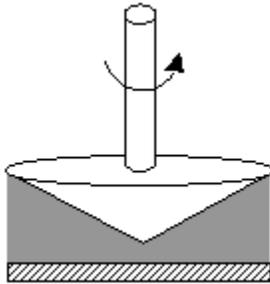


Abbildung 3: Kegel-Platte-Rheometer [6]

Die zu testende Probe wird auf einer glatten Oberfläche platziert. Von oben wird ein Kegel auf die Probe gedrückt. Um das Elastomer zu Vulkanisieren, wird er erhitzt. Es wird dann gemessen, wie viel Drehmoment nötig ist, um den Kegel zu drehen. Je fester das Elastomer desto höher ist das benötigte Drehmoment. Abbildung 4 zeigt die für diese Arbeit benutzte Messung.

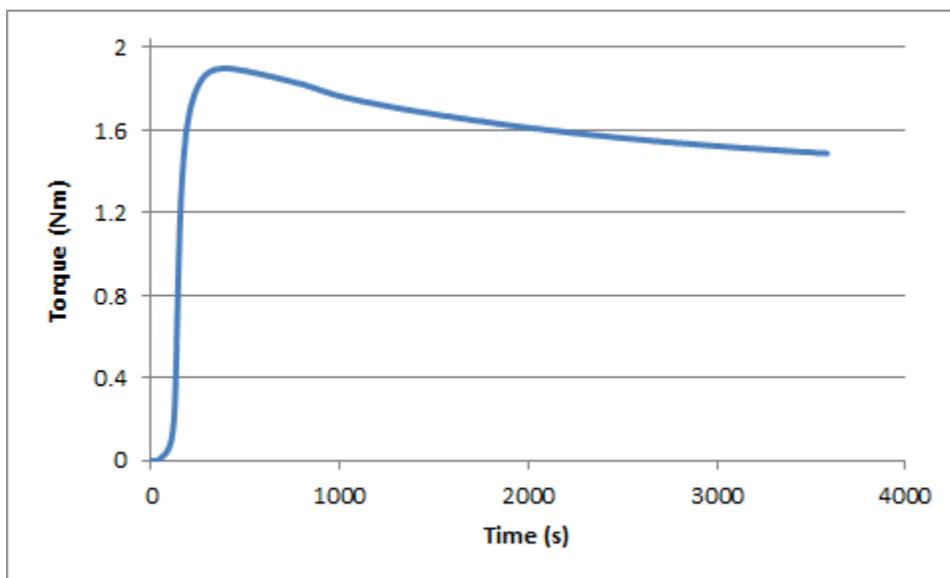


Abbildung 4: Messung des Drehmoments eines Elastomers mit einem Kegel-Platte-Rheometer

Vernetzung

Die Vernetzung (Curing) beschreibt die Brückenbildung zwischen einzelnen Ketten in einem Elastomer, also den Übergang von einem flüssigen Elastomer, zu einem festen Elastomer. Dieser Prozess wird durch eine erhöhte Temperatur angestoßen. Je höher die Temperatur, desto schneller ist auch die Reaktion. Abbildung 5 zeigt eine beispielhafte Messung der Vernetzung eines Polymers:

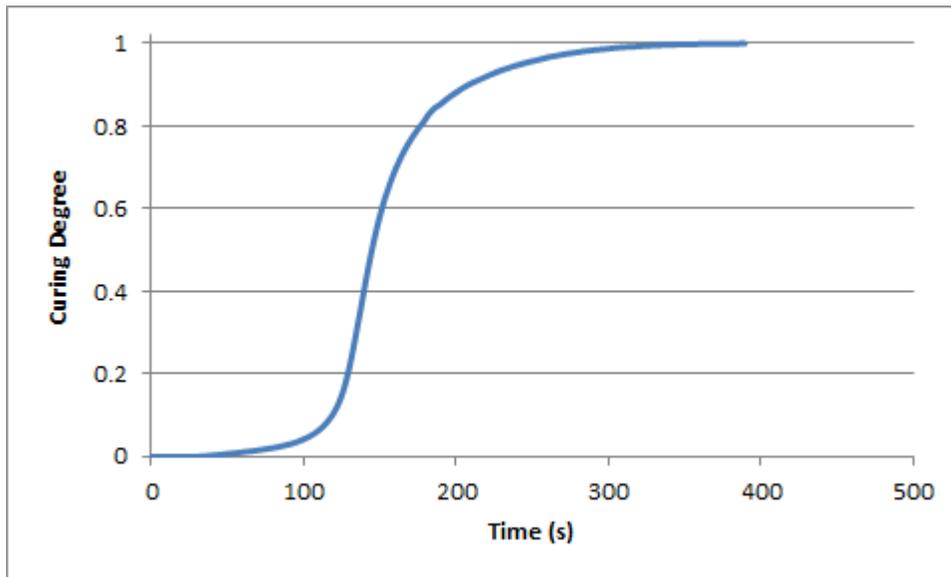


Abbildung 5: Messung des Vernetzungsgrades eines Elastomers

Curing Degree beschreibt hier die Prozentuale Steigerung der gebildeten Polymerkettenbrücken. Man sieht, dass es eine Weile dauert, den Prozess anzustoßen und dass die Kurve gegen 1 konvergiert. Der Wert 1 bedeutet, dass alle möglichen Brücken gebildet wurden.

Degradation

Die Degradation ist die Umkehrung der Vernetzung, also die Zerstörung von Brücken zwischen den Ketten. Je höher die Temperatur desto stärker ist auch die Degradation. Wenn in einem Bauteil Degradation stattfindet, ist dieses in der Regel nicht brauchbar. in Abbildung 6 sieht man eine beispielhafte Messung der Degradation eines Polymers bei einer Temperatur von 165°C:

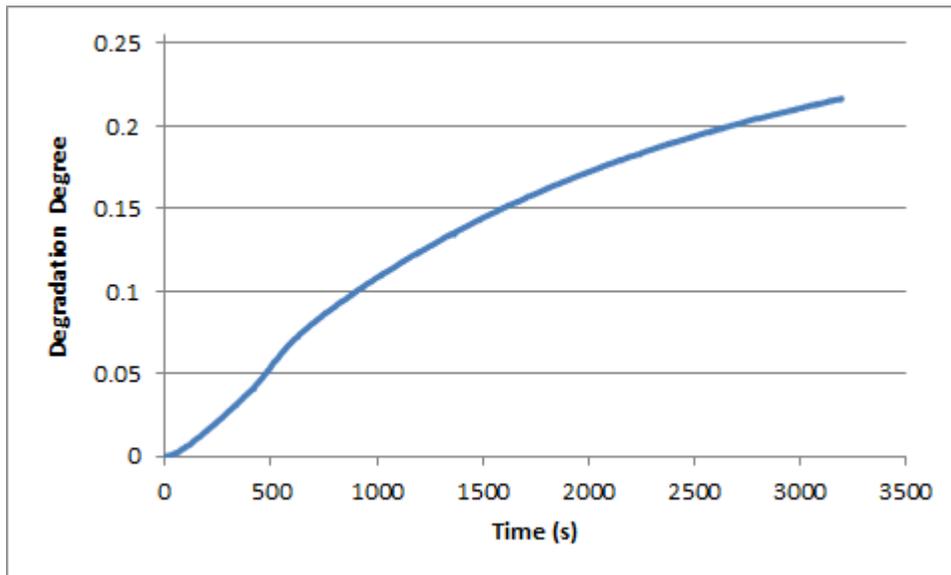


Abbildung 6: Messung des Degradationsgrades eines Elastomers

Degradation Degree beschreibt dabei wie viel Material (prozentual) degradiert ist. Bei einem Degradation Degree von 0.2 ist das maximale Drehmoment wieder um 20% gefallen.

Vorgehen

Aufbereitung der Messdaten

Um Modelle für die Vernetzung und die Degradation zu fitten, benötigt man Messungen des Curing- und Degradation Degrees über Zeit. Um diese zu erhalten, muss man die Messdaten des Drehmoments (Abbildung 4) aufbereiten.

Im ersten Schritt werden die Punkte normalisiert, sodass alle y Werte zwischen 0 und 1 liegen (Abbildung 7).

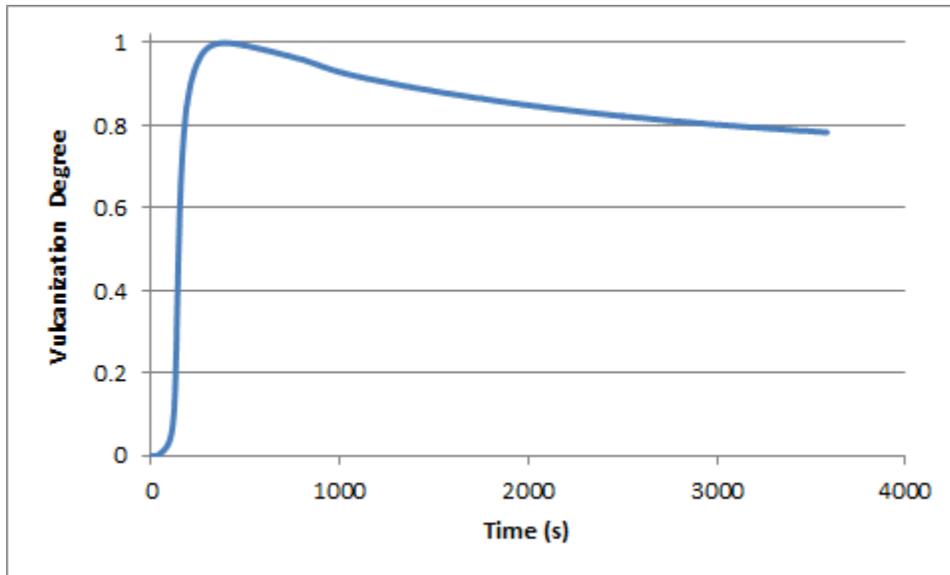


Abbildung 7: Normalisierte Drehmomentkurve

Danach sucht man das Maximum und trennt die Messwerte an dem Maximum in zwei Teile. Der erste Teil beinhaltet die Vernetzung (Abbildung 8), der zweite Teil die Degradation (Abbildung 9).

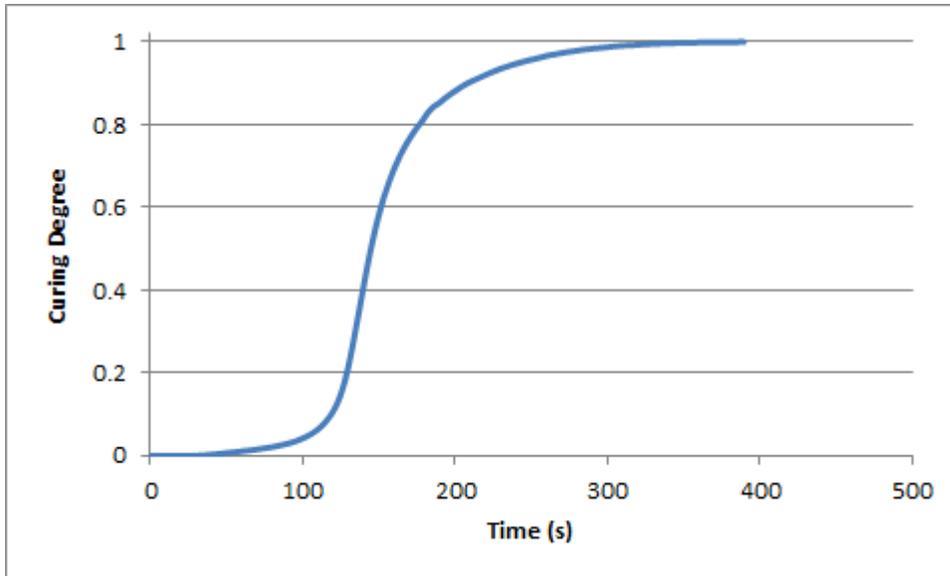


Abbildung 8: Vernetzungskurve aus Messdaten

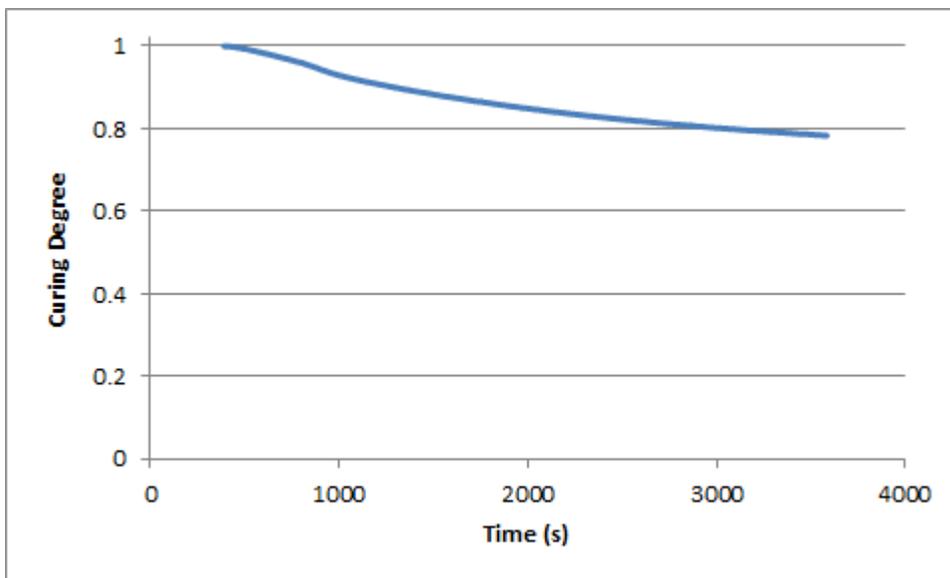


Abbildung 9: Degradationskurve aus Messdaten

Um die Degradationskurve mit einem Modell abbilden zu können, muss diese bei im Punkt (0,0) beginnen und an der X-Achse gespiegelt werden (Abbildung 10).

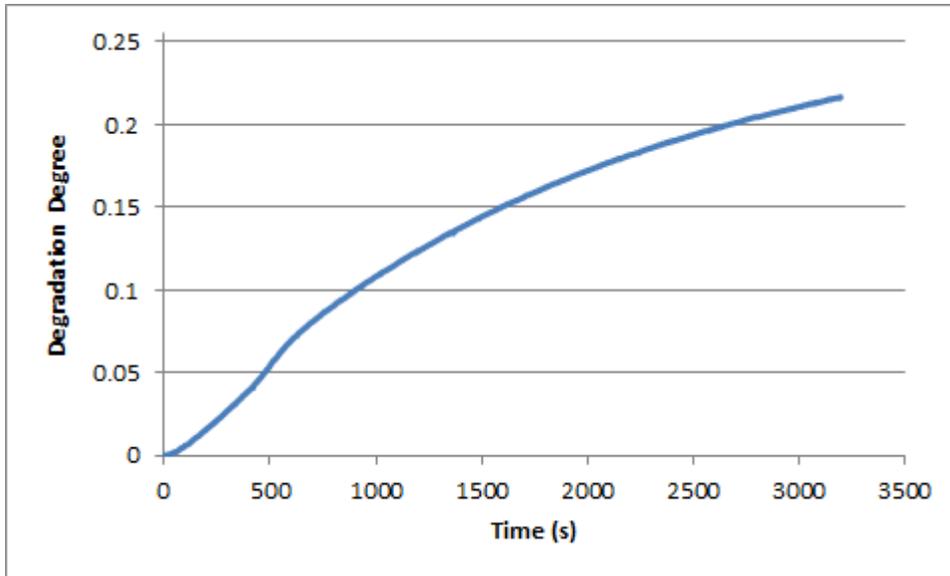


Abbildung 10: Degradationskurve mit Zeit shift

Zur Modellierung der beiden Kurven stehen mehrere physikalische Modelle zur Auswahl. Die Arbeit beschränkt sich auf das Deng-Isayev-Modell (Vernetzung) und das Friedmann-Modell (Degradation).

Deng-Isayev-Modell

Das Deng-Isayev-Modell [7] beschreibt die Vernetzung mit einer gewöhnlichen Differentialgleichung:

$$\dot{c}(t) = nK_c(T)^{\frac{1}{n}}c^{1-\frac{1}{n}}(1-c)^{1+\frac{1}{n}}$$

- c beschreibt dabei den Anteil des bereits vernetzten Materials.
- $K_c(T) = k_0 e^{\frac{-E_A}{RT}}$ ist die Reaktionszeit und abhängig von der Temperatur T .
- $R = 8.314 \frac{J}{mol K}$ ist die Gaskonstante.

E_A , k_0 und n sind dabei die freien Parameter des Modells.

Da die Messungen jeweils bei konstanter Temperatur durchgeführt werden, kann die Temperatur für das Modell als konstant angenommen werden. Dadurch lässt sich die Differentialgleichung analytisch lösen:

$$c(t_0) = c_0$$

$$c(t) = \frac{s(t)}{1+s(t)}$$

$$s(t) = \left(k_c^{\frac{1}{n}}(t - t_0) + \frac{c_0}{1+c_0} \right)^n$$

Durch diese analytische Lösung lassen sich die Werte deutlich schneller berechnen.

Friedmann-Modell

Das Friedmann-Modell [8] beschreibt die Degradationsreaktion mit einer gewöhnlichen Differentialgleichung:

$$\ln\left(\frac{d\alpha}{dt}\right) = \ln(A) + n \ln(1 - \alpha) + m \ln(\alpha) - \frac{E_A}{RT}$$

- α beschreibt dabei den Anteil des bereits verbrannten Materials.
- $R = 8.314 \frac{J}{mol K}$ ist die Gaskonstante.
- T ist die absolute Temperatur in Kelvin

A , n , m und E_A sind die freien Parameter des Modells.

- A bestimmt die Steigung
- n bestimmt die Steigung am Ende der Kurve.
- m bestimmt die Steigung am Anfang der Kurve.
- E_A ist die Aktivierungsenergie in $\frac{mol}{J}$

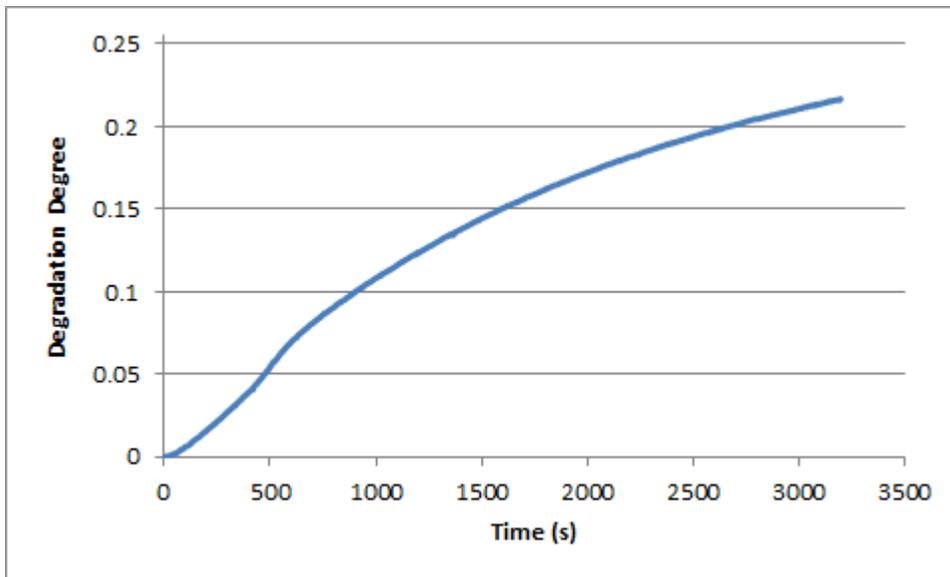


Abbildung 11

Der Parameter m verschiebt die Kurve entlang der X-Achse. Da die Kurve auf den Punkt (0,0) geschoben wurde, wird dieser Parameter nah bei 0 liegen. Um das Modell zu vereinfachen kann der Parameter entfernt werden. Dadurch erhält man ein vereinfachtes Friedmann-Modell:

$$\ln\left(\frac{d\alpha}{dt}\right) = \ln(A) + n \ln(1 - \alpha) - \frac{E_A}{RT}$$

Downhill-Simplex-Verfahren

Das Downhill-Simplex-Verfahren [9] ist ein Optimierungsalgorithmus für nicht lineare Funktionen mit mehreren Parametern. In dieser Arbeit wird es verwendet, um die Kurven zu fitten. Das Verfahren ist relativ simpel zu implementieren und benötigt keine Ableitungen. Dadurch konvergiert es zwar relativ langsam, ist aber deutlich robuster und für eine große Menge an Funktionen geeignet.

Der Algorithmus sucht ein lokales Minimum für eine Funktion mit N Parametern. Dazu benötigt er eine Funktion $f: R^N \rightarrow R$, die jedem Punkt im Raum einen Wert zuordnet. Wenn man eine Kurve fitten möchte, sind die Parameter der Funktion f die zu fittenden Parameter und das Ergebnis der Funktion ist die Summe der quadrierten Fehler über alle Punkte, an denen gefittet wird.

Abbildung 12 zeigt den Ablauf des Algorithmus.

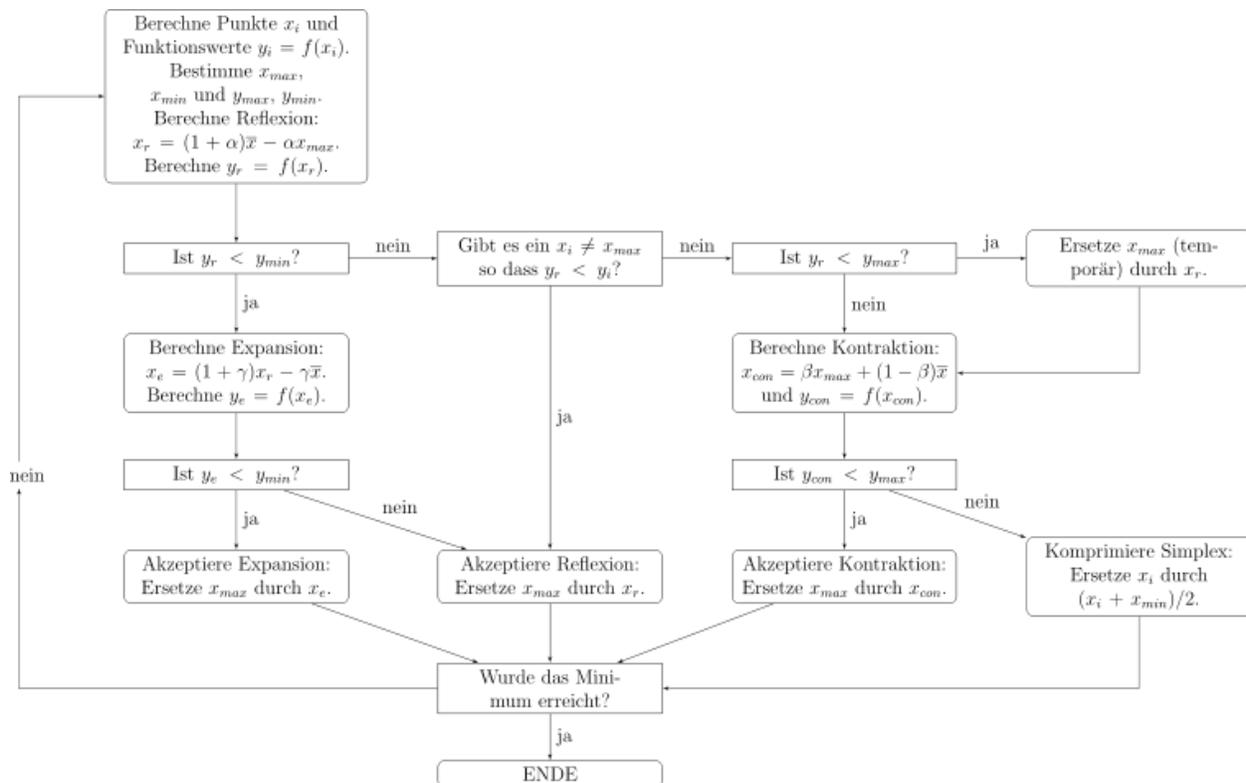


Abbildung 12: Flowchart Downhill-Simplex-Verfahren [10]

α , β , γ und σ sind Parameter, die den Algorithmus steuern. Typische Werte für die Parameter:

- $\alpha = 1$ (Reflexion)
- $\gamma = 2$ (Expansion)
- $\beta = \frac{1}{2}$ (Kontraktion)
- $\sigma = \frac{1}{2}$ (Komprimierung)

Fittien der Modelle anhand von Messkurven

Damit das Vernetzungs- und das Degradationsmodell die Messwerte abbildet, muss es gefittet werden. Das bedeutet, die Parameter müssen so gewählt werden, dass die gewünschte Kurve möglichst genau getroffen wird. Im Folgenden wird ausschließlich das Friedmann-Modell (Degradation) betrachtet. Das Fitten der Vernetzung läuft genauso.

Zum Fitten benötigt man einen Optimierungsalgorithmus. Für diese Arbeit wurde der bereits erläuterte Downhill-Simplex-Algorithmus genutzt. Die zu optimierende Funktion bekommt die Parameter des Deng-Isayev- und Friedmann-Modells übergeben und berechnet die Abweichung zwischen der erwarteten Kurve und der modellierten Kurve (äquivalent zur Methode der kleinsten Quadrate).

Die Optimierung findet die Modelparameter, die die geringste Abweichung von den Messwerten erzielen. Durch geschicktes abschätzen der Startparameter verringert sich das Risiko in ein Nebenoptimum zu konvergieren.

Fittet man die beiden Modelle erhält man folgende Annäherungen:

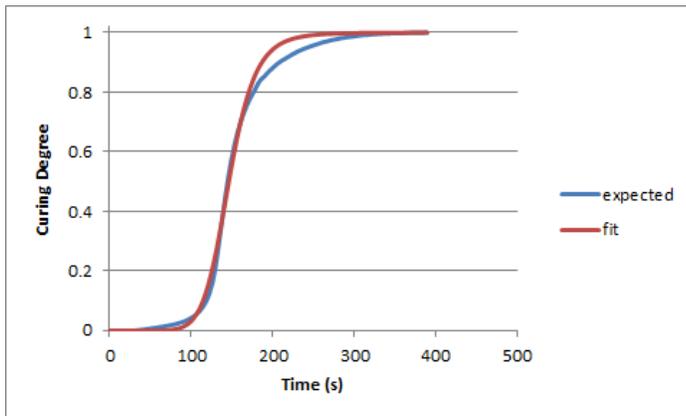


Abbildung 13: Fit Deng-Isayev-Modell

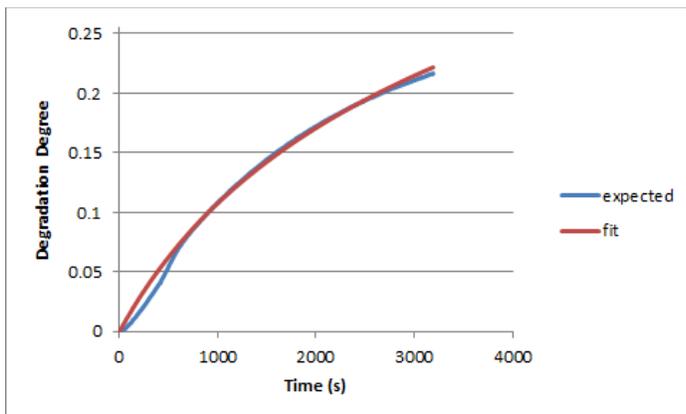


Abbildung 14: Fit Friedmann-Modell

Kombinieren der Vernetzung und der Degradation

Vernetzung und Degradation wurden einzeln modelliert. Dieser Ansatz ist sinnvoll, da man unterscheiden kann, ob die Vernetzung noch nicht abgeschlossen ist, oder die Degradation bereits eingesetzt hat. Um die Vulkanisierung zu modellieren müssen die beiden Größen kombiniert werden. Außerdem ist es zu erwarten, dass die Kombination auch die Qualität der Annäherung verbessert.

Gesucht wird also ein Weg, die beiden Kurven wieder zusammenzufügen. Die erste Idee war es einfach die Schritte der Messwertaufbereitung umzukehren. Die größte Schwierigkeit dabei ist es, den Zeitpunkt zu finden, an dem die Degradation startet. Dieser wurde als Hochpunkt der Messkurve gewählt. Um das ganze umzukehren müssten also der Zeitpunkt gefunden werden, an dem die Vernetzungskurve einen bestimmten hohen Punkt (zum Beispiel 0.999) erreicht hat. Dies funktioniert auch gut für einzelne Temperaturen.

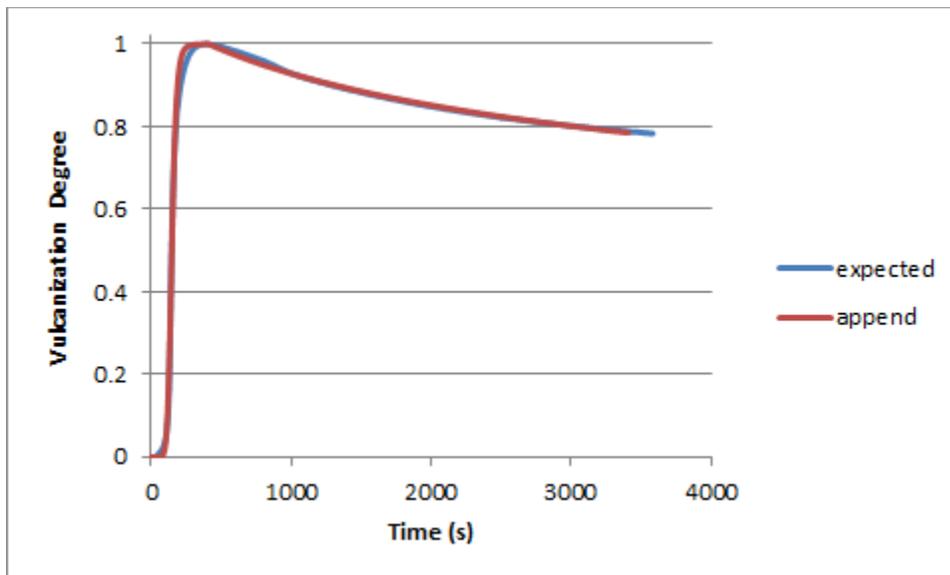


Abbildung 15: Aneinandergehängete Vernetzung und Degradation

Diese Annäherung ist schon sehr gut, in der Anwendung aber nicht wirklich zu gebrauchen. Das liegt daran, dass der gesuchte Zeitpunkt temperaturabhängig ist (Abbildung 16). Während eines Spritzgusses ist die Temperatur in der Kavität aber nicht konstant. Deshalb wird ein Modell benötigt, das auch bei Temperaturschwankungen funktioniert.

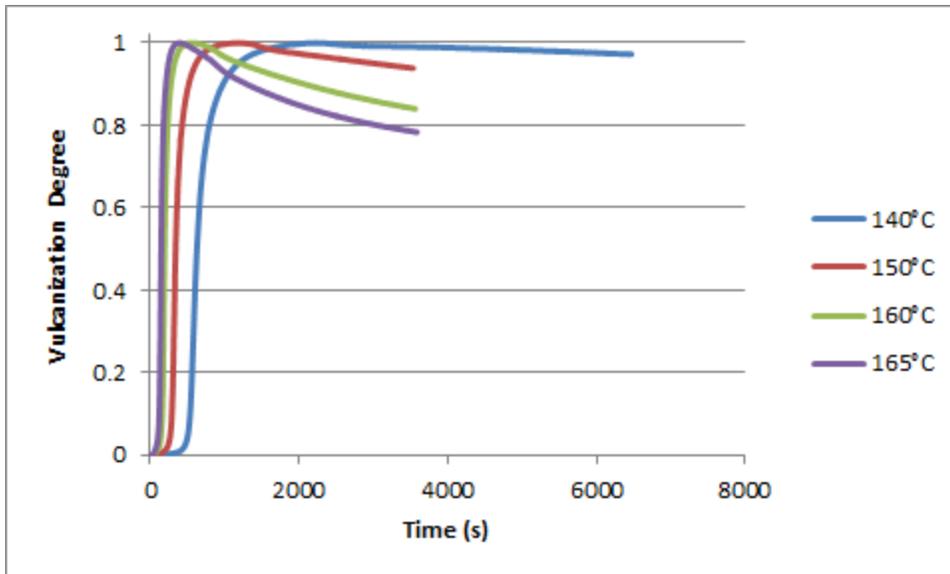


Abbildung 16: Messungen der Vulkanisation bei verschiedenen Temperaturen

Dazu wird ein neues Modell für die Vulkanisierung definiert:

$$V(T, t) = C(T, t) - D(T, t)$$

- C ist der Curing Degree abhängig von der Temperatur T und der Zeit t
- D ist der Degradation Degree abhängig von der Temperatur T und der Zeit t
- V ist der neue Vulkanisierungswert abhängig von der Temperatur T und der Zeit t

Abbildung 17 zeigt die so erzeugte Vulkanisierungskurve:

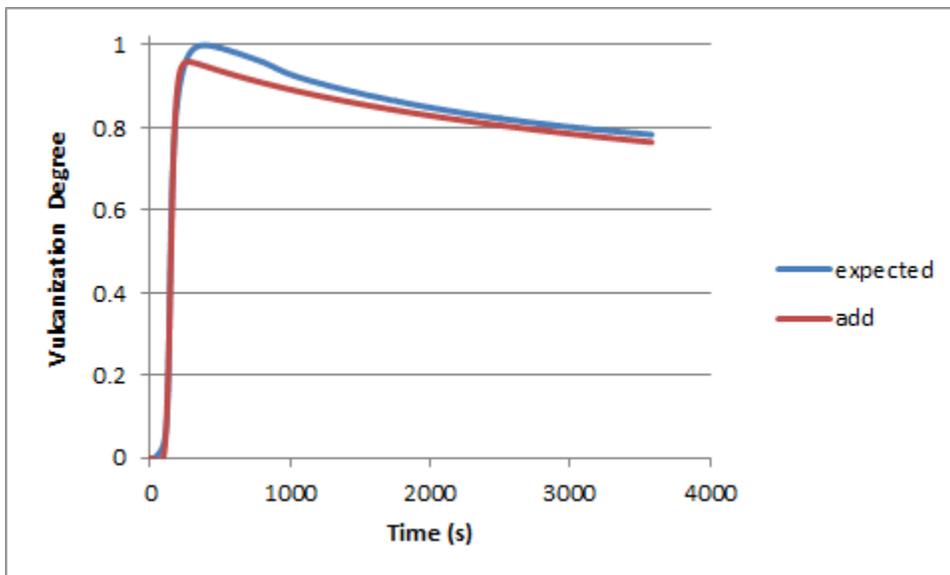


Abbildung 17: Kurve aus neuem Vulkanisationsmodell

Neufitten des kombinierten Modells

Um die Qualität der Annäherung zu verbessern, wird die kombinierte Kurve neu gefittet. Das geschieht mit dem gleichen Simplex, das auch für die ursprünglichen Fits genutzt wurde. Dabei wird aber nicht mehr nur der Vernetzungswert oder nur der Degradationswert, sondern die Differenz der beiden berechnet. Gefittet wird an den normalisierten aber nicht getrennten Messwerten. Da die Messwerte für Vernetzung und Degradation abgespeichert wurden, können diese problemlos wieder kombiniert werden. Um die Konvergenz der Optimierung zu beschleunigen, werden als Startparameter die Parameter der bereits einzeln gefitteten Kurven genutzt. Die Abbildungen 18, 19 und 20 zeigen die neu gefittete Kurve im Vergleich zur erwarteten und einzeln gefitteten Kurve.

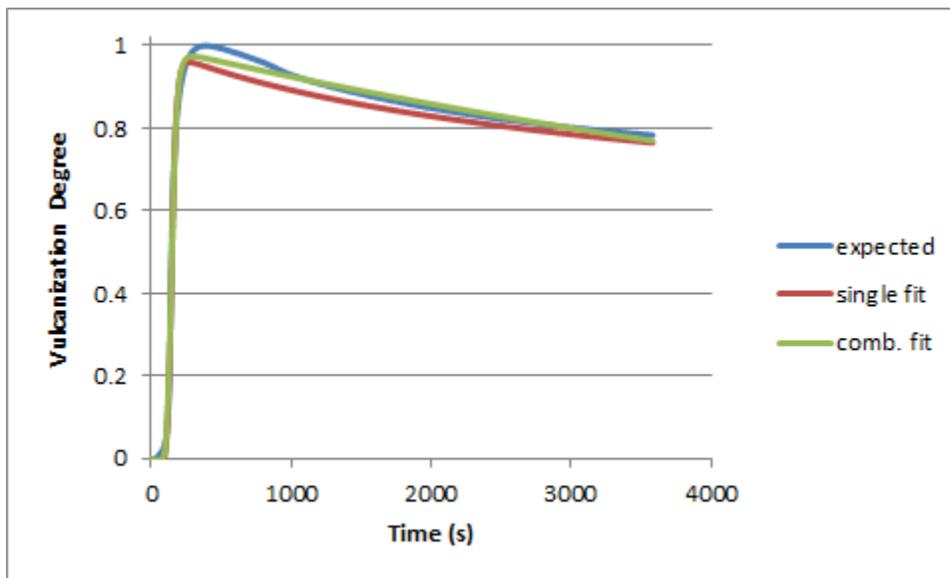


Abbildung 18: Kurve des Vulkanisationsmodells nach erneutem fitten

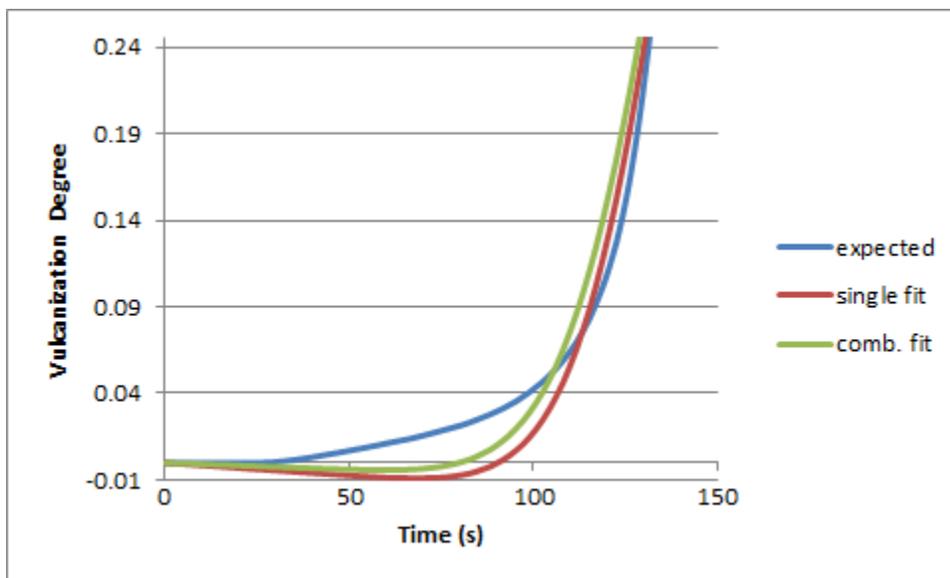


Abbildung 19: Kurve des Vulkanisationsmodells nach erneutem fitten

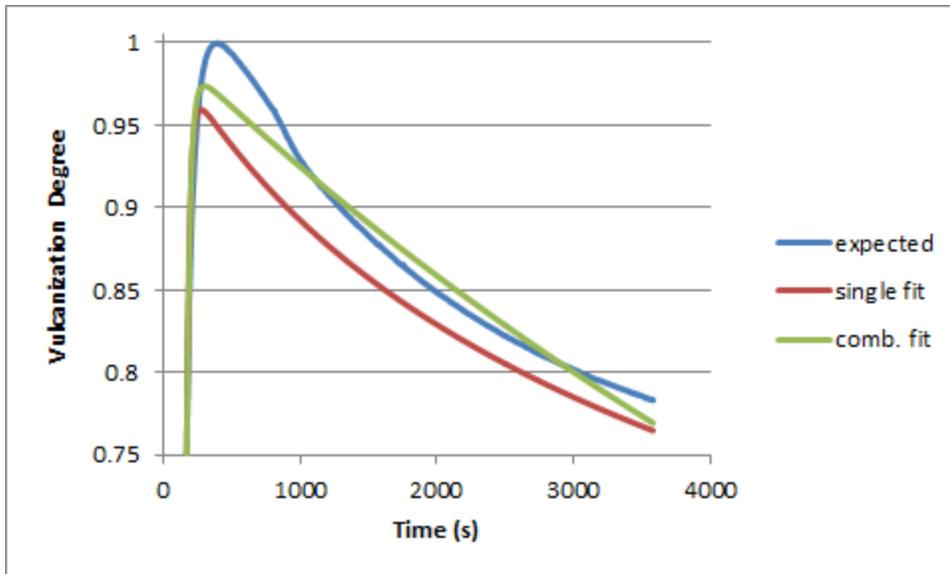


Abbildung 20: Kurve des Vulkanisationsmodells nach erneutem fitten

Das Modell hat immer noch folgende Probleme:

- Negative Werte am Kurvenstart (Abbildung 18)
- Ein niedrigeres Maximum (Abbildung 19)
- Eine falsche Steigung am Kurvenende (Abbildung 19)

Mit den aktuellen Modellen können diese Fehler nicht ausgeglichen werden. Deshalb muss eines der Modelle erweitert werden. Der sinnvolle Ansatz ist es, die Degradationskurve anzupassen. Ursprünglich wurde der Parameter m aus dem Modell entfernt, da er nicht effektiv genutzt wurde. Durch die Kombination der beiden Modell wird der Parameter wieder relevant. Zusätzlich zum vereinfachtet Friedmann-Modell, das weiterhin für den einfach Fit genutzt wird, muss also auch das volle Friedmann-Modell implementiert werden.

$$\ln \frac{d\alpha}{dt} = \ln(A) + n \ln(1 - \alpha) + m \ln(\alpha) - \frac{E_A}{RT}$$

Fitten des freien Parameters m

Das Fitten läuft im Grunde genommen genauso ab wie vorher. Der wesentliche Unterschied ist, dass das neue Degradationsmodell genutzt wird. Die Startparameter sind wieder die Endparameter des ersten Fits. Für m wird als Startwert zunächst 0.5 gewählt. Wichtig ist dabei vor allem, dass m ungleich 0 ist, da ansonsten dieselbe Kurve wie vorher herauskommt. Die Abbildungen 21, 22 und 23 zeigen das Modellverhalten mit dem nicht vereinfachten Friedmann-Modell.

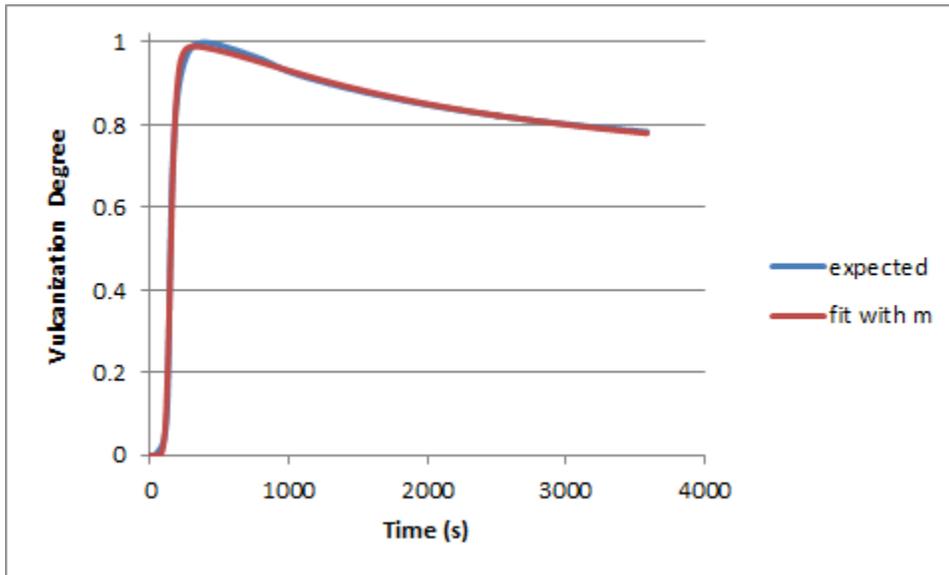


Abbildung 21: Kurve des Vulkanisationsmodells nach fitten mit freiem Parameter m

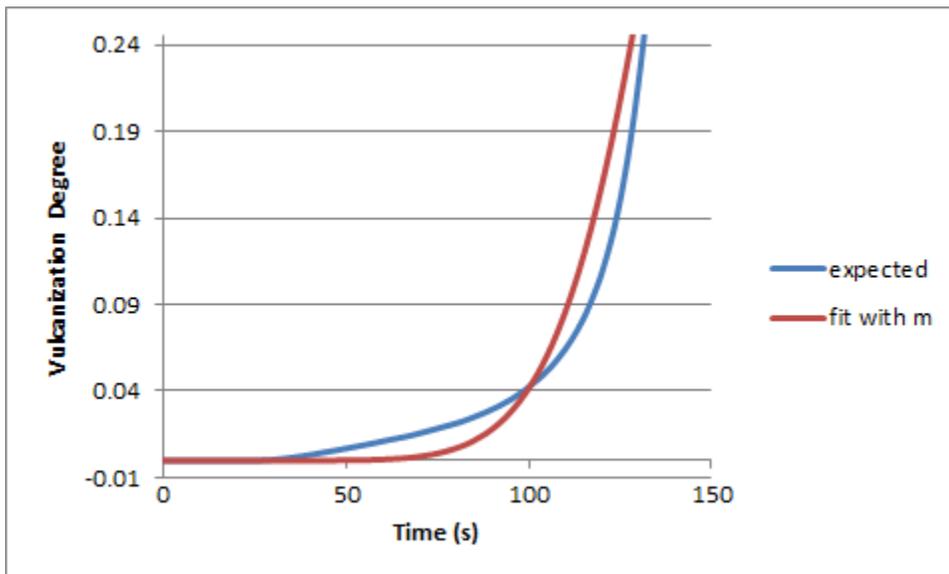


Abbildung 22: Kurve des Vulkanisationsmodells nach fitten mit freiem Parameter m

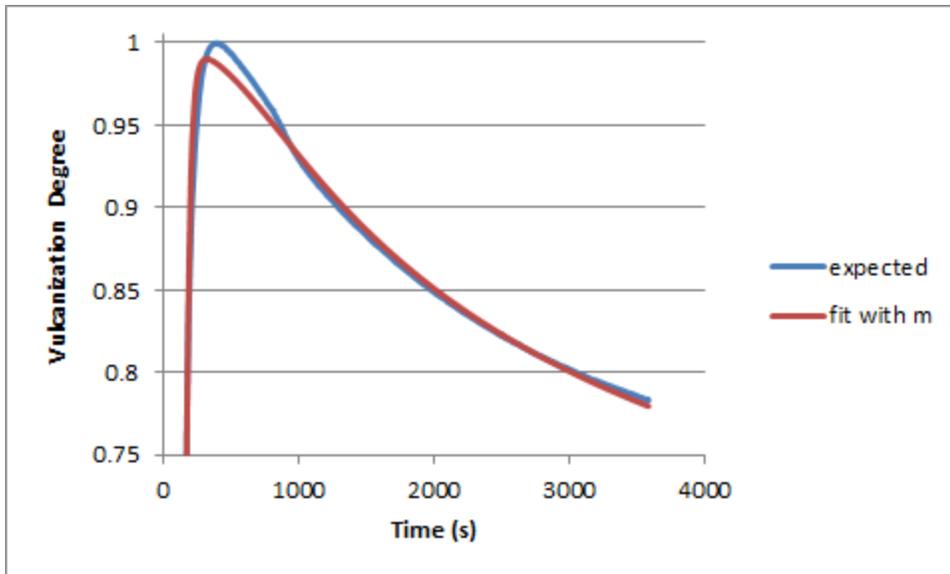


Abbildung 23: Kurve des Vulkanisationsmodells nach fitten mit freiem Parameter m

Die Qualität der Modellabbildung ist verbessert worden. Die Werte am Anfang der Kurve sind zwar immer noch niedriger als die Vergleichswerte, aber nicht mehr negativ. Das Maximum wird beinahe erreicht. Vor allem das Ende der Kurve wird sehr genau getroffen. Auch die Steigung am letzten Punkt wird gut abgebildet. Dadurch ist gewährleistet, dass die Annäherung auch nach dem letzten Messwert noch relativ genau ist.

Auswahl des Startwertes m_0

Zunächst wurde der Startwert von m als 0.5 festgelegt. Es gilt zu untersuchen, ob es nötig ist, diesen Wert geschickter zu wählen.

Die Anforderung an den Startwert ist, dass er nicht zu einem Nebenoptimum konvergiert. Außerdem führt eine besser Wahl zu einer schnelleren Konvergenz. Abbildung 24 zeigt den Fehler am Ende des Fits für verschiedene m_0 .

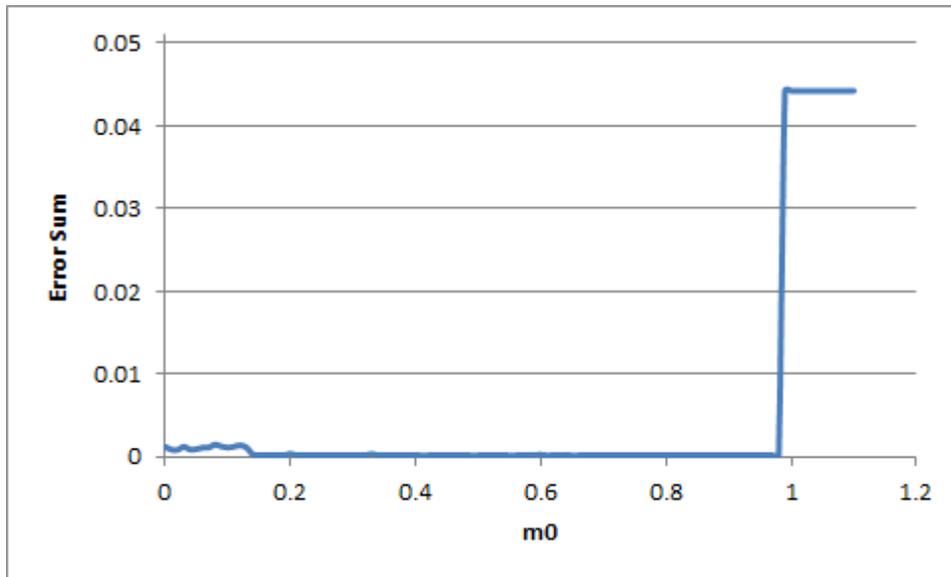


Abbildung 24: Fehler für verschiedene m_0

Aus dem Graphen kann man ableiten, dass m_0 zwischen 0.2 und 0.9 liegen sollte. 0.5 ist also gut gewählt. Macht man dasselbe für andere Messergebnisse, erhält man sehr ähnlich Graphen. Deshalb kann der Startwert bei 0.5 bleiben. Eine geschicktere Schätzung kann aber später noch hinzugefügt werden.

Fazit

Das Ziel dieser Arbeit war es, die Vulkanisierung von Elastomeren zu Modellieren.

Um dieses Ziel zu erreichen, wurden das Deng-Isayev-Modell der Vernetzung und das Friedmann-Modell der Degradation zu einem neuen Model kombiniert. Die freien Parameter des Modells wurden mit dem Downhill-Simplex-Verfahren an aufbereitete Messdaten gefittet.

Beim einzelnen Fitten der beiden Modell betrug der Fehler nich ca. 8%. Durch das gemeinsame Fitten der Modelle konnte dieser auf 2% reduziert werden.

Um die Stabilität des Verfahrens zu überprüfen, muss es mit Messdaten von anderen Elastomeren getestet werden. Insbesondere sollte dabei auf das Fitten des freien Parameters m des Friedmann-Modells geachtet werden.

Quellenverzeichnis

- [1] <http://www.maschinenbau-wissen.de/skript3/werkstofftechnik/kunststoffe/391-aufbau-spritzgiessmaschine>
- [2] <http://www.maschinenbau-wissen.de/bilder/skripte/kunststofftechnik/spritzgiessmaschine-28.PNG>
- [3] <https://www.chemie.de/lexikon/Elastomer.html>
- [4] https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/71/Polymer_picture.svg
- [5] Pahl M., Gleißle W., Laun H.-M.: Praktische Rheologie der Kunststoffe und Elastomere: VDI-GESELLSCHAFT KUNSTSTOFFTECHNIK, Seiten 57-88 (1995)
- [6] <https://ciks.cbt.nist.gov/~garbocz/SP946/Figure8.gif>
- [7] Likozar B., Krajnc M.: Modelling the vulcanization of rubber blends. Marcomol Symposia Volume 243, Seiten 104-113 (2006)
- [8] Friedman, H.L.: Kinetics of thermal degradation of char-forming plastics from thermogravimetry. Application to a phenolic plastic: Journal of Polymer Science Part C: Polymer Symposia Volume 6, Seiten 183–195 (1964)
- [9] <https://de.wikipedia.org/wiki/Downhill-Simplex-Verfahren>
- [10] <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/0f/Downhillsimplex-flowchart.svg>