

## Übungsblatt 01: Reihen und Logik

28.10.2014

1.) Man berechne den Wert der Reihen

a)  $\sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right)$       b)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{4k^2-1}$

c)  $\sum_{k=3}^{\infty} \frac{1}{k^2+k-6}$       d)  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+1}{k!}$

2.) Bestimmen Sie den Wert der Teleskopsummen (führen Sie ggf. eine Partial-Bruch-Zerlegung durch):

a) 
$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k^2 - k}$$

b) 
$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k^2 + k}$$

3.) Gegeben sind die Aussagen

$A$  : 2 ist die kleinste Primzahl

$B$  :  $8 > 5$

$C$  : Alle Quadratzahlen  $n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$  sind gerade

Geben sie die Wahrheitswerte der folgenden Verknüpfungen an:

a)  $(A \wedge B) \vee C$

b)  $(A \Rightarrow B) \Rightarrow C$

c)  $(A \wedge \neg B) \vee (A \wedge C)$

4.) Man beweise mit Hilfe einer Tabelle der Wahrheitswerte:

$$p \Rightarrow (q \wedge r) = (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r).$$

5.) Geben Sie die disjunktive und die konjunktive Normalform an für

$$((a \Rightarrow b) \wedge (a \Rightarrow c)) \vee b$$

- 6.) a) Beweisen Sie die (logischen) Gesetze von De Morgan mit Hilfe einer Wahrheitstabelle!  
 b) Stellen Sie die Wahrheitstabellen für die Folgerung ( $\Rightarrow$ ), das exklusive Oder ( $XOR$ ) und die Äquivalenz ( $\Leftrightarrow$ ) auf!

7.) Piet, Honey, Clarissa, Marcel, Alina und Karl gehen zusammen in Aachen shoppen und danach einen trinken.  
 Sie kennen sich aus ihrem gemeinsamen Studium, doch aus den Erfahrungen vergangener Shoppingtouren haben sich bestimmte Verhaltensmuster geprägt. Gehen Sie grundsätzlich davon aus, dass alle shoppen gehen.

- (i) Piet geht niemals gemeinsam mit Honey shoppen.
  - (ii) Wenn Honey loszieht, ist Karl immer dabei und umgekehrt.
  - (iii) Marcel geht nur mit Alina oder mit Piet einen trinken.
  - (iv) Marcel und Piet oder Clarissa und Karl gehen zusammen einkaufen.
  - (v) Clarissa geht nur einkaufen, wenn ein Mann und eine Frau dabei ist.
- a) Formulieren sie die Aussagen (i) bis (v) als logische Aussagen.  
 b) Welche Gruppierungen bleiben für Clarissa's Shoppingtour (siehe (v)) unter Berücksichtigung von (i) und (iii) übrig?

8.) Begegnung mit Außerirdischen  
 (Auszug aus Professor Stewarts Mathematischem Sammelsurium)

Das Raumschiff Mindermind umkreiste den Planeten Karghirne und Captain Quirl und Mr. Speck hatten sich auf die Oberfläche gebeamt.

"Laut Rudis Raumführer gibt es zwei Arten von intelligenten Wesen auf diesem Planeten", meinte Quirl.

"Richtig, Kapitän - Penibler und Kauderwelcher. Sie sprechen beide Galaktisch und man kann sie daran unterscheiden, wie sie auf Fragen antworten. Die Penibler sagen immer die Wahrheit, die Kauderwelcher lügen immer. Aber rein physisch sind sie nicht unterscheidbar."

Quirl hörte etwas, drehte sich um und sah sich drei Außerirdischen gegenüber, die absolut gleich aussahen.

"Willkommen auf Karghirne!", grüßte einer der Fremdlinge.

"Besten Dank. Mein Name ist Quirl. Und Sie sind... ach hat ja doch keinen Zweck, Sie nach ihren Namen zu fragen. Ich werde Euch Alf, Bett und Gemm nennen."

"Also Alf, zu welcher Art gehört denn Bett?"- "Zu den Kauderwelchern."

"Ah, Bett und gehören Alf und Gemm zu verschiedenen Arten?"- "Nein."

"Gemm, zu welcher Sorte geört denn Bett?"- "Penibler."

"Gut, damit wäre ja alles klar, zu welcher Art unsere Gäste gehören. "

"Ahja und zu welcher gehören sie?"

"Keine Ahnung, Speck! Sie sind der Logiker hier..."